CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE

Brochure n° 001 F6066

Code tarif D

ISBN 2-240-70282-6

F 6066

MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M,M' ET P,P'

COLLECTION : HORAIRES/OBJECTIFS/PROGRAMMES/INSTRUCTIONS

MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES 1987 ET MATHÉMATIQUES SPÉCIALES 1988 M, M' ET P, P'

physique MM': page 85...
chimie MM'. page 100...

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

LE CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE
113 CENTRES À VOTRE SERVICE

29, rue d'Ulm - 75230 Paris Cedex 05 / Tél. : 46 34 90 00
Librairie nationale :
3, rue du Four - 75270 Paris Cedex 06 / Tél. : 46 34 54 80
Vente par correspondance nationale :
BP 26 - 94190 Villeneuve-Saint-Georges

CRDP : AIX-MARSEILLE
CDDP : *Vaucluse*
CLDP : Montluçon

★ librairie
● cinémathèque
○ vidéothèque
□ délégué pédagogique itinérant
■ centre équipé d'une logithèque-disquettes

1 *Ain* ★ ○ ■
8, rue Magenta
01011 Bourg-en-Bresse Cedex · 74 23 69 55

2 *Aisne* ★ ○ ■
Avenue de la République
02000 Laon · 23 20 45 60

3 *Allier* ○ ■
2, rue Pape-Carpantier
03000 Moulins · 70 46 07 66

Montluçon ○
29, avenue Jules-Ferry
03100 Montluçon · 70 05 14 25

Vichy ○
Groupe scolaire Pierre-Coulon
Allée des Ailes
03200 Vichy · 70 31 50 40

4 *Alpes de Haute-Provence* ○ ■
22, avenue des Charrois
04000 Digne · 92 31 05 87

5 *Hautes-Alpes* ○ ■
14, avenue du Maréchal-Foch
05000 Gap · 92 51 36 84

6 NICE ★ ● ○ ■
18, avenue Val-Marie · BP 119
06002 Nice Cedex · 93 21 19 36

Alpes-Maritimes ○ ■
43, avenue Stephen-Liégeard · BP 119
06002 Nice Cedex · 93 52 59 49

7 *Ardèche* ○ ■
23, avenue de la Gare · BP 713
07007 Privas Cedex · 75 64 04 15

8 *Ardennes* ★ ○ ■
18, rue Voltaire
08109 Charleville-Mézières Cedex
24 57 51 58

9 *Ariège* ★ ○ ■
31 bis, avenue du Général-de-Gaulle
BP 124
09007 Foix Cedex · 61 65 08 48

0 *Aube* ○ ■
Inspection académique
Services pédagogiques · 30, rue Mitantier
10025 Troyes Cedex · 25 80 56 15

1 *Aude* ★ ○ ■
56, avenue du Docteur-Henri-Gout
BP 583
11009 Carcassonne Cedex · 68 47 05 02

2 *Aveyron* ★ ○ ■
1, boulevard François-Fabié
12006 Rodez Cedex · 65 68 13 53

3 AIX-MARSEILLE ★ ● ○ □ ■
31, boulevard d'Athènes
13232 Marseille Cedex 1 · 91 91 92 17

4 CAEN ★ ● ○ ■
21, rue du Moulin-au-Roy · BP 5152
14040 Caen Cedex · 31 93 08 60

15 *Cantal* ○ ■
Rue de l'École normale
15013 Aurillac Cedex · 71 48 60 26

16 *Charente* ○ ■
23, rue Fontaine-du-Lizier · BP 347
16008 Angoulême Cedex · 45 92 16 60

17 *Charente-Maritime* ★ ○
2, rue Louis-Braille
17028 La Rochelle Cedex · 46 43 95 95

18 *Cher* ○ ■
9, rue Édouard-Branly
18000 Bourges · 48 24 54 91

19 *Corrèze* ○ ■
Rue Sylvain-Combes · BP 225
19012 Tulle Cedex · 55 26 32 88

20 CORSE ★ ● ○ ■
8, cours du Général-Leclerc · BP 836
20192 Ajaccio Cedex · 95 21 70 68

Haute-Corse ○ ■
Boulevard Benoîte-Danesi
20200 Bastia · 95 31 17 92

21 DIJON ★ ● ○ ■
Campus universitaire de Montmuzard
Boulevard Gabriel · BP 490
21013 Dijon Cedex · 80 65 46 34

22 *Côtes-du-Nord* ○ ■
30, rue Brizeux
22015 Saint-Brieuc Cedex · 96 61 90 31

23 *Creuse* ○ ■
2 bis, avenue de la République
23011 Guéret Cedex · 55 52 35 56

24 *Dordogne* ○ ■
École normale mixte · 39, rue Paul-Mazy
24000 Périgueux · 53 09 85 83

25 BESANÇON ★ ● ○ ■
6, rue des Fusillés · BP 1153
25003 Besançon Cedex · 81 83 41 33

Doubs ○ ■
6, rue des Fusillés · BP 1252
25004 Besançon Cedex · 81 81 13 59

26 *Drôme* ○ ■
36, avenue de l'École normale · BP 2110
26021 Valence Cedex · 75 44 55 85

27 *Eure* ★ ○
43, rue Saint-Germain
27000 Evreux · 32 39 00 91

28 *Eure-et-Loir* ★ ○ ■
1, rue du 14 Juillet · BP 27
28001 Chartres Cedex · 37 35 69 88

29 *Finistère* ★ ○ ■
26, place de la Tour-d'Auvergne
29000 Quimper · 98 55 31 04

Brest ★ ○ ■
16, avenue Clemenceau
29283 Brest Cedex · 98 80 42 11

30 *Gard* ★ ○ ■
58, rue Rouget-de-Lisle
30000 Nîmes · 66 67 85 19

31 TOULOUSE ★ ● ○ ■
3, rue Roquelaine
31069 Toulouse Cedex · 61 62 54 54

31 *Haute-Garonne* ★
3, rue Roquelaine
31069 Toulouse Cedex · 61 62 54 54

32 *Gers* ★ ○ ■
Centre administratif · Rue Boissy-d'Anglas
32011 Auch Cedex · 62 05 86 11

33 BORDEAUX ★ ● ○ ■
75, cours d'Alsace-Lorraine
33075 Bordeaux Cedex · 56 81 12 92

Gironde ○ ■
Rue Veyri · BP 267
33705 Mérignac Cedex · 56 47 05 81

34 MONTPELLIER ★ ● ■
Allée de la Citadelle
34064 Montpellier Cedex · 67 60 74 66

Hérault ○ ■
17, rue de l'Abbé-de-l'Épée
34000 Montpellier · 67 72 06 20

35 RENNES ★ ● ○ ■
92, rue d'Antrain · BP 158
35003 Rennes Cedex · 99 28 78 58

36 *Indre* ○ ■
1, boulevard Saint-Denis
36000 Châteauroux · 54 22 24 24

37 *Indre-et-Loire* ★ ○ ■
Quartier Beaujardin · 3, place Raspail
37000 Tours · 47 05 42 94

38 GRENOBLE ★ ● ○ ■
11, avenue du Général-Champon
38031 Grenoble Cedex · 76 87 77 61

39 *Jura* ○ ■
1, rue Anne-Frank · BP 324
39015 Lons-le-Saunier · 84 47 22 86

40 *Landes* ○ ■
École du Peyrouat · BP 401
40012 Mont-de-Marsan · 58 75 43 11

41 *Loir-et-Cher* ○ ■
39, rue des Écoles
41000 Blois · 54 78 04 34

42 *Loire* ★ ○ ■
Jardin des Plantes · Allée Michel-Ange
42031 Saint-Étienne Cedex 02 · 77 25 20 91

43 *Haute-Loire* ○ ■
10, rue Jules-Vallès · BP 340
43012 Le Puy Cedex · 71 09 26 82

44 NANTES ★ ● ○ ■
Chemin de l'Herbergement · BP 1001
44036 Nantes Cedex 01 · 40 74 85 19

RDPFjanvier 89/C6

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

Direction des lycées et collèges

MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M' et P, P'

1989

(Réédition)

CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE

Sommaire

Pages

HORAIRES 5

PROGRAMMES 11

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M' et P, P' 13

OBJECTIFS GÉNÉRAUX ET LIGNES DIRECTRICES DES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES, DE PHYSIQUE, DE CHIMIE ET D'INFORMATIQUE 13

— Points de repère concernant les finalités et les objectifs 13
— Lignes directrices des programmes de mathématiques 16
— Lignes directrices des programmes de physique 18
— Lignes directrices du programme de chimie 19
— Lignes directrices du programme d'informatique 20

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES 21

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES 23

- Avertissement 23
- Analyse 25
- Algèbre 30
- Géométrie 35

PROGRAMME ET COMMENTAIRES DE SCIENCES PHYSIQUES. 36

- Physique 36
- Chimie 45

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES 49

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES 51

— Lignes directrices pour M, M', P et P' 51
— Classes de mathématiques spéciales M 55
- Analyse 55
- Algèbre 61
- Géométrie 63

— Classes de mathématiques spéciales M' 64
• Analyse 64
• Algèbre 71
• Géométrie 74
— Classes de mathématiques spéciales P et P' 75
• Analyse 75
• Algèbre 81
• Géométrie 83

PROGRAMME DE SCIENCES PHYSIQUES 84
• Physique 84
• Chimie 99
• Travaux pratiques de sciences physiques dans les classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales M, M', T', P, P' 107

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET MATHÉMATIQUES SPÉCIALES MM' ET PP' 114

PROGRAMME D'INFORMATIQUE 115
• Objectifs généraux et lignes directrices 115
• Programme 116
• Prise en compte de l'informatique dans les classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales M, M' et P, P', T' 118

PROGRAMME DE DESSIN DE CONSTRUCTION 121

ENSEIGNEMENT DES LANGUES VIVANTES 127

ENSEIGNEMENT DU FRANÇAIS 127

Horaires

TEXTES OFFICIELS

Circulaire du 4 novembre 1960
RM/F n° 40 du 14 novembre 1960

Instruction du 20 février 1961
RM/F n° 11 du 13 mars 1961

Circulaire n° 75-196 du 26 mai 1975
B.O. n° 22 du 5 juin 1975

Circulaire n° 78-199 du 19 juin 1978
B.O. n° 26 du 29 juin 1978
B.O. n° 37 du 19 octobre 1978

Note de service n° 81-387 du 5 octobre 1981
B.O. n° 40 du 5 novembre 1981

Note de service n° 82-084 du 22 février 1982
B.O. n° 12 du 25 mars 1982

Arrêté du 18 mai 1984
B.O. n° 28 du 12 juillet 1984

Note de service n° 84-229 du 2 juillet 1984
B.O. n° 28 du 12 juillet 1984

Arrêté du 17 juillet 1987
B.O. n° 32 du 24 septembre 1987

Instruction n° 87-243 du 11 août 1987
et
Note de service n° 87-244 du 11 août 1987
B.O. n° 33 du 24 septembre 1987

Arrêté du 16 septembre 1988
B.O. n° 34 du 13 octobre 1988
et rectif. B.O. n° 5 du 2 février 1989

HORAIRES DES CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES SCIENTIFIQUES

(Circulaire n° 75-196 du 26 mai 1975, annexe I, modifiée par la circulaire n° 78-199 du 19 juin 1978)

	Math.		Sciences physiques				Sc. biol.		Franç. (1)	L. V. I et II	Méc.	Construction	Des. ind.	Hist.-Géogr.	Tech. et trav. d'atel.	Ed. phys.	Total
	Cours	T.P.	Cours		T.P.		Cours	T.P.									
Mathématiques supérieures	12 (9)	T.D. 2	7 (9)		2				2	2			2			2	31
Mathématiques spéciales M et M'	11	T.D. 3	Phys. 6	Chim. 2	Phys. 1	Chim. 1			2	2			2			2	32
Mathématiques spéciales P et P'	8	3	7	3 (8)	2 1/2	2 1/2 (8)			2	2			2			2	34
Classes prép. tech. au concours spécial : 1re année	12	2	9		2				2	2			4			2	35
2e année	14	2	7		2				2	2			4			2	35
Biologie - Mathématiques supérieures	7	2	6 (2)		2 (3)		6	3	2	Oblig. 2	Facult. 1			Géographie cours T.P. 3/4 1/4 (4)		2	34
Biologie - Mathématiques spéciales	7	2	6 (5)		2 (3)		6	3	2	Oblig. 2	Facul. 1			3/4 1/4 (4)		2	34
H.E.C.	7	2							4 1/2 (6)	3 1/2	2 1/2			6		2	27 1/2
Mathématiques supérieures technologiques T	10	2	7 (7)		2					2		4 + 1			1 + 3	2	29 + 8
Mathématiques spéciales technologiques T	8	3	7 (7)		2				2	2	1	4			1 + 3	2	27 + 8

(1) Dédoublement à plus de cinquante élèves.
(2) Trois heures de physique, trois heures de chimie.
(3) Une heure de travaux pratiques pour la physique, une heure de travaux pratiques pour la chimie ; ces travaux pratiques seront groupés par séance de deux heures.
(4) Les travaux pratiques de géographie seront groupés par séance d'une heure.
(5) Quatre heures de physique, deux heures de chimie.
(6) Culture et sciences humaines. L'horaire de quatre heures et demie est à répartir en deux heures de philosophie et deux heures et demie de français.
(7) Cours et travaux dirigés.
(8) Horaire de chimie majoré : voir note de service n° 81-387 du 5 octobre 1981, ci-après.
(9) Enseignement d'informatique, voir note de service n° 87-244 du 11 août 1987.

HORAIRES DES INTERROGATIONS DANS LES CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES SCIENTIFIQUES

(Circulaire n° 75-196 du 26 mai 1975, annexe II, modifiée par la circulaire n° 78-199 du 19 juin 1978 et la note de service n° 82-084 du 22 février 1982)

	Math.	Sciences phys.	Sciences biol.	Tech.	Français	L. V.	Hist.-Géogr.	Informatique	Total
Mathématiques supérieures ...	20 mn	10 mn			(1)	10 mn		5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 30 semaines
Mathématiques spéciales M et M'	20 mn	10 mn			(1)	10 mn		5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 5 semaines
Mathématiques spéciales P et P'	10 mn	20 mn			(1)	10 mn		5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 5 semaines
Biologie - Mathématiques supérieures	15 mn	10 mn	10 mn				5 mn	5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 30 semaines
Biologie - Mathématiques spéciales	10 mn	10 mn	10 mn			5 mn	5 mn	5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 25 semaines
Classe prép. technique au concours spéc. (T'):									
1re année	20 mn	10 mn			(1)	10 mn		5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 30 semaines
2e année	20 mn	10 mn			(1)	10 mn		5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 25 semaines
Mathématiques supérieures technologiques T	20 mn	10 mn		10 mn	(1)	10 mn		5 mn	55 mn hebdomadaire pendant 30 semaines
Mathématiques spéciales technologiques T	20 mn	10 mn		10 mn	(1)	10 mn		5 mn	55 mn hebdomadaire pendant 25 semaines
H.E.C.	10 mn				10 mn (2)	10 mn	10 mn	5 mn	45 mn hebdomadaire pendant 25 semaines

(1) Interrogations orales dispensées de la façon suivante : pour la première année, une séance d'interrogation de 30 minutes par trimestre, soit trois séances au total pour l'année ; pour la deuxième année, deux séances d'interrogation de 30 minutes réparties sur les deux premiers trimestres. Date d'effet : rentrée 1982.

(2) Culture et sciences humaines.

Note de service n° 81-387 du 5 octobre 1981

(Éducation nationale : bureau DL 3)

Texte adressé aux recteurs, aux inspecteurs d'académie et aux chefs d'établissements.

Horaire d'enseignement de la chimie en classe préparatoire mathématiques spéciales P, P'.

Référence : circulaire n° 75-196 du 26 mai 1975.

L'horaire d'enseignement de la chimie est majoré d'une demi-heure dans les classes préparatoires mathématiques spéciales P, P'.

Cette mesure entrera en application à compter de la rentrée scolaire 1982.

Note de service n° 87-244 du 11 août 1987

(Éducation nationale : bureau DLC 5)

Texte adressé aux recteurs, aux inspecteurs d'académie, directeurs des services départementaux de l'Éducation et aux chefs d'établissement.

Horaire d'enseignement et horaire d'interrogations des classes de mathématiques supérieures et spéciales M, M', P, P' T'.

Références : circulaire n° 75-196 du 26 mai 1975 et note de service n° 81-387 du 5 octobre 1981.

MODALITÉS DE PRISE EN COMPTE DE L'INFORMATIQUE

La prise en compte de l'informatique dans les classes de mathématiques supérieures et spéciales M, M', P, P' et T' se réfère aux arrêtés du 17 juillet 1987 définissant les programmes de mathématiques, de physique, de chimie et d'informatique. Elle comporte les trois modalités suivantes :

1. *En classe de mathématiques supérieures,* quinze heures sont destinées à l'enseignement des notions d'algorithmique et de programmation et à l'initiation à l'usage des matériels informatiques. A cet effet, dix heures sont dégagées sur l'horaire de mathématiques et cinq heures sur celui de sciences physiques. Pour chaque classe, cet enseignement est organisé conjointement par les professeurs de ces deux disciplines, dans une perspective de travail en équipe.

2. *En classe de mathématiques supérieures et spéciales :*

a) L'impact de l'informatique sur l'enseignement des mathématiques est défini par les programmes de cette discipline ; il s'effectue dans le cadre des horaires de travaux dirigés de mathématiques ;

b) L'impact de l'informatique sur l'enseignement de la physique et de la chimie est défini par les programmes de ces disciplines. Il s'effectue dans le cadre des horaires de travaux dirigés et de travaux pratiques de sciences physiques ;

c) L'impact de l'informatique sur l'enseignement du dessin de construction s'effectue dans le cadre des horaires de cette discipline. Dans l'attente d'une évolution des programmes, les professeurs sont invités à utiliser les matériels pour aider les élèves à mieux maîtriser la visualisation et la fonction des objets techniques étudiés.

3. *En classe de mathématiques supérieures et spéciales,* chaque élève dispose de cinq minutes hebdomadaires d'interrogations orales, ce qui correspond à une séance de deux heures tous les quinze jours au laboratoire d'informatique pour un groupe de douze élèves. Comme pour les autres disciplines, ces interrogations portent sur trente semaines en mathématiques supérieures et sur vingt-cinq semaines en mathématiques spéciales. Les interrogateurs sont nommés par le chef d'établissement sur proposition conjointe des professeurs de mathématiques et de sciences physiques.

Les dispositions précédentes prennent effet à la rentrée 1987 en classe de mathématiques supérieures et à la rentrée 1988 en classe de mathématiques spéciales. En outre, pour faciliter la transition et notamment la préparation des concours de 1989, une initiation à l'informatique a lieu dans les classes de mathématiques spéciales dès la rentrée 1987; à cet effet, ces classes disposent en 1987-1988 de la moitié des moyens prévus pour les interrogations orales.

Programmes

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES MM' PP'

OBJECTIFS GÉNÉRAUX ET LIGNES DIRECTRICES DES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES, DE PHYSIQUE, DE CHIMIE ET D'INFORMATIQUE

(Annexe I de l'arrêté du 16 septembre 1988)

PRÉSENTATION DES PROGRAMMES

1. Les programmes précédents étaient définis par les arrêtés du 18 mai 1984 et du 22 février 1985, publiés au *Bulletin officiel* de l'Éducation nationale n° 28 du 12 juillet 1984 et n° 19 du 8 mai 1985. *L'orientation générale de ces programmes demeure valable.* Simplement, le nouveau programme marque une étape décisive dans le processus de prise en compte de l'informatique.

Le développement de l'informatique a eu une double répercussion sur les programmes de mathématiques, de physique et de chimie :

D'une part, l'impact de l'outil informatique dans l'enseignement de ces disciplines devait être précisé ;

D'autre part, il était nécessaire de procéder à des allégements de programme pour donner une place aux activités liées à l'informatique sans alourdir la charge globale des programmes.

Les programmes de mathématiques et ceux de physique et chimie ont aussi été infléchis à partir d'un *premier bilan* concernant la mise en œuvre des programmes de 1984 et, pour les mathématiques, des programmes des classes Terminales mis en application à la rentrée 1986.

2. Les nouveaux programmes qui sont présentés ici ont été élaborés à partir d'une réflexion s'étalant sur plus d'un an, pilotée par la commission « Relations avec l'amont » de la conférence des grandes écoles, et associant toutes les parties intéressées. Ils font suite aux programmes des classes de mathématiques supérieures définis par l'arrêté du 17 juillet 1987, publiés au *Bulletin officiel* n° 33 du 24 septembre 1987.

3. Le texte qui suit est organisé en deux parties : la première marque quelques points de repère concernant les finalités et les objectifs généraux de la formation dispensée dans les classes préparatoires concernées ; la seconde précise ces objectifs et trace quelques lignes directrices des contenus pour chacune des disciplines scientifiques : mathématiques, physique, chimie et informatique.

I. *POINTS DE REPÈRE CONCERNANT LES FINALITÉS ET LES OBJECTIFS*

La formation d'ingénieurs et de chercheurs alliant une bonne compétence scientifique à des qualités personnelles éprouvées constitue un élément décisif du développement de la nation. Il convient donc que les classes de mathématiques supérieures et spéciales fournissent une formation da qualité et attirent des candidats de valeur, motivés par les études scientifiques.

Une formation de qualité se définit à la fois par un *bon niveau scientifique des connaissances, par la capacité à les mobiliser* dans des problèmes variés, et par le *développement des capacités personnelles* des élèves (maîtrise des méthodes de travail, et des moyens d'expression et de documentation). Il convient de développer non

seulement la capacité à appliquer des connaissances à des problèmes préalablement répertoriés, mais aussi l'aptitude à étudier des problèmes plus globaux ou des questions issues de situations réelles, posées à l'état brut, et à forger les outils théoriques et expérimentaux pour les résoudre.

Les élèves doivent donc disposer d'un *temps suffisant pour la réflexion personnelle et les activités de résolution de problèmes.* Il convient donc aussi d'éviter toute ambition théorique gratuite et toute technicité excessive, pour s'attacher à un meilleur approfondissement de ce qui est essentiel.

1. La formation scientifique

Ces finalités ont des implications importantes pour les objectifs et les contenus de l'enseignement des disciplines scientifiques et pour les activités proposées aux élèves. *Toute la richesse des démarches scientifiques doit être exploitée.* On ne saurait se borner à l'exposé, si parfait soit-il, de théories éventuellement suivies d'applications. Il convient au contraire de *centrer l'enseignement autour de l'étude de phénomènes et de problèmes, les outils théoriques et expérimentaux étant au service de cette étude.* En particulier, *il est essentiel que l'approfondissement théorique ne soit coupé ni des problématiques qui le sous-tendent ni des secteurs d'intervention qui le mettent en jeu de façon opératoire.*

A cet égard, il convient de souligner *l'importance capitale des travaux pratiques,* aussi bien en mathématiques qu'en sciences physiques: leur fonction ne saurait se réduire à la mise en œuvre d'*applications directes du cours;* ils peuvent être utilisés, selon les cas, pour *motiver et préparer la mise en théorie,* pour constituer un *premier contact,* de type expérimental, *avec des problèmes* dont l'étude générale sera effectuée ultérieurement, ou encore pour *étudier des problèmes ou des phénomènes mobilisant de manière coordonnée divers chapitres du programme.*

En mathématiques, cela signifie aussi que le développement de l'intuition et de la rigueur, loin d'être incompatibles, doivent aller de pair: formuler un problème, expérimenter sur des exemples, conjecturer un résultat, mettre en œuvre des outils théoriques, rédiger une solution rigoureuse, évaluer la pertinence des résultats obtenus au regard du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité.

En physique et en chimie, cela signifie que le développement des qualités d'expérimentation et de raisonnement sont à mener de front: mettre en évidence un phénomène ou un problème, élaborer un dispositif expérimental et des outils théoriques pour l'étudier, préciser la portée des résultats obtenus et leur domaine de validité sont des éléments indissociables de l'activité scientifique. En outre, l'étude de quelques systèmes techniques, assortis de toutes leurs contraintes, pourrait apporter un éclairage synthétique complémentaire du précédent, mettre en évidence l'impact des connaissances fondamentales sur les technologies actuelles et faciliter une prise de conscience des problèmes techniques tels qu'ils se posent réellement.

De même, en ce qui concerne *l'algorithmique et la programmation,* la démarche qu'il s'agit de faire comprendre et d'illustrer est la suivante:

Mise en forme et analyse d'un problème;
Recherche d'algorithmes adaptés au problème;
Organisation des données;
Construction méthodique d'un programme modulaire, clair et documenté;
Mise en œuvre du programme sur ordinateur;
Expérimentation avec des jeux de données convenablement choisis;
En conclusion, évaluation critique des résultats obtenus au regard du problème posé.

Enfin, les *aspects culturels* de l'enseignement des sciences doivent être mis en valeur. Il ne faudrait pas que les impératifs liés aux concours imposent que toute question abordée dans les programmes y soit développée avec une grande technicité, et qu'inversement les aspects culturels soient perdus de vue. Cela nuirait à la qualité de la formation.

2. Le développement des capacités d'organisation et de communication

Il tient une place capitale dans les objectifs de formation et concerne l'ensemble des disciplines; ainsi, la maîtrise des moyens d'*expression écrite et orale* et, plus largement, de la *communication* est, bien sûr, l'objectif essentiel de l'enseignement du français et des langues vivantes, mais doit être aussi un souci majeur pour celui des disciplines scientifiques. De même, afin de développer les capacités d'*autonomie,* il convient d'exploiter les moyens de *documentation* (emploi de documents écrits réalisés par les enseignants, emploi de livres, de revues, de banques de données et de bibliothèques informatiques...).

3. L'unité de la formation

Pour aider les élèves à effectuer la synthèse des connaissances acquises dans les différents domaines qu'ils ont étudiés, il est souhaitable de mettre en lumière les *interactions des champs de connaissance. La coopération des enseignants* d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné peut y contribuer de façon efficace, et les initiatives dans ce domaine sont à encourager.

4. Les facteurs d'évolution des programmes

Pour l'élaboration des programmes de mathématiques, de physique, de chimie et d'informatique, il a été tenu compte de trois facteurs essentiels:

— L'évolution des disciplines considérées et, plus largement, l'évolution scientifique et technique, et notamment la nécessité d'une prise en compte de l'informatique;

— Un premier bilan des programmes précédents, dont l'orientation générale a été conservée;

— L'évolution des formations placées en amont et en aval.

Quatre exigences importantes en ont découlé qui, bien entendu, concernent aussi la mise en œuvre de ces nouveaux programmes:

— On a voulu *éviter toute rupture brutale* entre les formations dispensées en classe de mathématiques supérieures et en classe de Terminale, en tenant compte de façon réaliste des acquis et des non-acquis des élèves à l'entrée en mathématiques supérieures.

— Les programmes de la classe de *mathématiques supérieures* constituent un *tronc commun bien équilibré* de formation scientifique fondamentale à partir duquel les divers types de formation de seconde année (M', P', M, P) introduisent une diversification dans les objectifs et permettent aux élèves de s'orienter en fonction de leurs centres d'intérêt et de leurs aptitudes. Aucune des formations de deuxième année ne joue un rôle privilégié dans la définition des objectifs et des contenus de première année.

— Pour chacune des sections de *mathématiques spéciales,* les programmes reflètent à la fois *l'unité et la diversité* des formations dispensées dans les écoles qui recrutent à partir de ces programmes.

— On a voulu *éviter toute surcharge* de la masse des contenus et *toute ambition théorique* excessive: certes, le contenu scientifique de l'enseignement en classes préparatoires doit constituer une base solide et riche, mais il ne saurait être considéré comme un bagage définitif, même pour la formation scientifique fondamentale. Il s'articule sur les différents cycles de formation des ingénieurs et des chercheurs dispensés dans les écoles.

5. Les objectifs propres a chaque discipline

C'est à partir des analyses précédentes que les objectifs majeurs ont pu être dégagés pour chacune des disciplines, sans perdre de vue les interactions qui concourent à l'unité de la formation des élèves. Ils sont précisés dans les parties

suivantes de cette annexe, ainsi que par le texte même des programmes et des commentaires, qui font l'objet de l'annexe II pour les mathématiques, de l'annexe III pour la physique et la chimie, et de l'annexe IV de l'arrêté du 17 juillet 1987 pour l'informatique, publiée au *B.O.* n° 33 du 24 septembre 1987.

6. Programme des concours

Les programmes ont été conçus de manière à permettre aux écoles de fixer les programmes de chaque concours dans la réunion du programme de mathématiques supérieures et de celui d'une seule des classes de mathématiques spéciales M, M', P et P'. Les parties enseignées en mathématiques supérieures peuvent donc, sauf mention expresse indiquée dans les programmes de mathématiques spéciales, figurer au programme des concours, même si elles ne sont pas reprises dans le texte des programmes de deuxième année.

On a voulu garder un volume global raisonnable et les limites du programme sont clairement précisées; il convient de souligner la nécessité impérieuse de les respecter, aussi bien au niveau de l'enseignement que des concours. Il en est de même pour les grands équilibres entre les différentes parties du programme de chaque discipline. Il faut encore se garder de toute ambition théorique excessive concernant les points du programme précisés comme étant des premières approches. Il est clair que les trois exigences qui précèdent conditionnent la qualité de la formation des élèves.

Enfin, les programmes définissent les objectifs et précisent les connaissances et les savoir-faire exigibles des élèves, ainsi que certains points de terminologie, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes.

7. Emploi des calculatrices

L'emploi des *calculatrices* est défini par la réglementation en vigueur pour les examens et concours relevant du ministère de l'Éducation nationale. Dans ce cadre, les élèves des classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales M, M', P, P' doivent *savoir utiliser une calculatrice programmable* dans les situations liées au programme de la classe considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles:

— Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres;

— Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une ou plusieurs variables permis par ces touches;

— Savoir programmer une séquence, une instruction conditionnelle ou itérative.

Ils doivent en outre implanter dans leur calculatrice (au cas où ce n'est déjà fait par le constructeur) des programmes permettant:

— La recherche de solutions approchées d'une équation numérique à une variable;

— Le calcul de valeurs approchées d'une intégrale;

— La recherche de solutions approchées d'une équation différentielle scalaire d'ordre 1 ou 2.

II. *LIGNES DIRECTRICES DES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES*

Le contenu des programmes a été fixé en fonction des objectifs suivants:

1. On a voulu développer les capacités des élèves selon trois directions importantes:

— L'acquisition de connaissances et la maîtrise des techniques usuelles, notamment de celles qui sont utiles pour les autres sciences;

— Le développement simultané du goût de la rigueur et du sens du concret;

— L'éveil de la curiosité intellectuelle et de l'esprit de recherche.

2. On a voulu revaloriser une approche intuitive et concrète des notions mathématiques sans pour autant sacrifier la rigueur. En particulier, un rôle important est donné aux *travaux pratiques.* Bien entendu, l'approfondissement théorique constitue un objectif très important; mais il ne doit être coupé ni des problématiques qui le sous-tendent, ni des applications, et il doit viser l'efficacité dans les domaines usuels de fonctionnement et non la recherche gratuite d'hypothèses minimales. Enfin, l'accentuation du caractère concret de l'enseignement ne doit pas conduire à des dépassements de programme prenant la forme d'une anthologie d'exemples dont la connaissance ne peut être exigée des élèves.

3. L'équilibre entre l'algèbre, l'analyse et la géométrie a été modifié, la première étant notablement allégée au profit des deux autres. Il va de soi, d'ailleurs, que cette séparation traditionnelle n'est qu'une commodité de rédaction et ne doit pas faire oublier les liens étroits et nombreux qui existent entre ces trois domaines.

4. Les objectifs mathématiques peuvent être organisés autour de quatre axes:

a) Dans le secteur de l'analyse et de ses interventions, il convient de combiner les problèmes qualitatifs et les problèmes quantitatifs, et de mettre en valeur le rôle des problèmes numériques et des méthodes de représentation graphique. Il convient aussi de combiner l'étude du comportement global des suites et des fonctions avec celle de leur comportement local ou asymptotique, et de souligner l'importance des techniques de majoration pour toutes ces questions.

b) En algèbre, les structures constituent des outils pour la résolution des problèmes et pour une meilleure compréhension de la portée des concepts; l'étude d'une structure au niveau des classes préparatoires prend donc tout intérêt à travers la richesse de ses interventions. C'est pourquoi la théorie des espaces vectoriels et quelques éléments de la théorie des groupes figurent au programme, tandis que l'étude d'autres structures, en particulier celle des anneaux et des corps, en a été écartée. Pour cette même raison, il convient d'insister sur le rôle des groupes dans les méthodes géométriques et sur l'importance des méthodes de l'algèbre linéaire pour la résolution de problèmes issus des différentes parties du programme.

c) Une vision géométrique des problèmes doit imprégner l'ensemble de l'enseignement, car les méthodes de la géométrie jouent un rôle capital en algèbre, en analyse et dans leurs domaines d'intervention: apports du langage géométrique et des modes de représentation, emploi de transformations, rôle des groupes de symétries, construction et emploi d'invariants, classification d'objets grâce à l'opération de groupes sur ces objets...

De même, en relation étroite avec les concepts propres aux sciences physiques, les *interprétations cinématiques et dynamiques* doivent être valorisées en analyse et en géométrie: trajectoires, lignes de niveau, interaction de la théorie des équations différentielles avec les problèmes d'évolution de systèmes mécaniques ou physiques.

d) Il convient enfin de développer, en relation avec l'enseignement de l'informatique, les *activités de construction et de mise en forme d'algorithmes et de comparaison de leurs performances.* Elles sont centrées autour des exemples figurant dans les différentes parties du programme; aucune connaissance théorique sur les algorithmes n'est exigible des élèves.

5. A la fin de chaque partie figure, sous la rubrique « Travaux pratiques », une liste de problèmes mettant en œuvre, éclairant ou prolongeant l'exposé théorique, ou pouvant lui servir d'introduction.

Un temps important, allant nettement au-delà du cadre strict d'une séance hebdomadaire de travaux dirigés, sera attribué à ces travaux pratiques, car de leur qualité, au même titre que de la perfection de l'exposé du cours, dépend la valeur de la formation dispensée.

Les travaux pratiques sont de deux sortes. Les uns mettent en œuvre des algorithmes et des méthodes classiques, *dont la connaissance est exigible. Les autres,* qui portent la mention « *exemples de...* », visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée : *aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos,* et toutes les indications nécessaires doivent être fournies aux élèves.

Il importe que les travaux pratiques aboutissent souvent à des résultats explicités sous forme numérique ou graphique. C'est encore dans le cadre des travaux pratiques qu'il convient de placer les activités relatives aux algorithmes, en relation avec les interrogations orales d'informatique.

III. *LIGNES DIRECTRICES DES PROGRAMMES DE PHYSIQUE*

1. Un premier objectif du programme est de *privilégier l'analyse physique* en développant de front les qualités d'expérimentation et de raisonnement. Il est, en effet, essentiel que l'approfondissement théorique ne soit coupé ni des faits expérimentaux ni des problématiques qui le sous-tendent. Il s'agit, en particulier, d'éviter que la physique soit considérée par les élèves des classes préparatoires comme un enseignement simplement dérivé des mathématiques appliquées. La rédaction du programme, comme celle des commentaires l'accompagnant, a donc été entreprise avec le souci constant d'introduire le sens de l'expérimentation, du concret et de l'approximation. Ce programme tend également à favoriser l'attitude d'esprit propre au physicien, consistant à rechercher par le biais de modèles les paramètres significatifs fondamentaux qui gouvernent les phénomènes étudiés. C'est dans cet esprit que doit être abordé le premier chapitre (aspects cinétiques) du programme de thermodynamique que se propose, au moyen de modélisations simples, de rendre l'enseignement de la thermodynamique moins abstrait et moins purement conceptuel. De même, l'électronique a été partagée entre les classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales, de telle sorte que la partie la plus concrète et la plus initiée par les travaux pratiques soit en place dès la classe de mathématiques supérieures. Enfin, il importe que les aspects culturels ne soient pas sacrifiés au profit de la seule technicité.

2. Un second objectif de ce programme est de *développer les vues synthétiques.* Certains modes de raisonnement employés dans la modélisation des phénomènes physiques présentent un caractère assez général et transposable d'un domaine à l'autre. Ainsi, l'étude des phénomènes ondulatoires est spécialement adaptée pour montrer comment les connaissances acquises en électromagnétisme, par exemple, peuvent être transférées en mécanique et inversement.

3. Le changement d'état d'esprit voulu dans ce programme se traduit, en particulier, par une modification assez profonde de l'enseignement de la mécanique en seconde année. La mécanique du solide a été sgnificativement réduite au profit d'éléments de mécanique des fluides. La disparition voulue de l'étude de l'opérateur d'inertie a pour but de limiter strictement les développements en mécanique du solide. Il suffira d'illustrer, par des exemples simples et appropriés, les points les plus fondamentaux. L'électronique, en tant qu'outil privilégié pour le développement scientifique et technique, a pour objectif principal d'étudier les fonctions des systèmes électroniques plutôt que les composants électroniques par eux-mêmes. Cette partie du programme doit être l'occasion de marquer d'une façon plus nette les *liens étroits existant entre les sciences physiques et la technologie.* Plus généralement, il paraît indispensable, tant pour la formation des ingénieurs que celle des chercheurs, de favoriser une prise de conscience de la nature des problèmes techniques tels qu'ils se posent réellement et de la mobilisation coordonnée des connaissances fondamentales acquises en sciences physiques, ceci afin de maîtriser ces problèmes techniques.

4. *Les techniques calculatoires* ne sont pas négligées, mais ne doivent pas devenir une fin en soi. Il convient de souligner à ce sujet que *l'outil informatique* constitue un puissant moyen de calcul qu'il importe d'utiliser pour exploiter, par exemple, les données expérimentales en travaux pratiques ou bien pour mettre en œuvre un modèle dont la résolution numérique s'avère lourde et complexe.

5. Enfin, dans le programme et ses commentaires, on ne perd jamais de vue que la règle d'entrée dans les écoles est celle des concours. Les limites du programme sont donc indiquées avec précision, soit par des notes placées en exergue des différentes parties, soit dans les commentaires. Il convient de souligner la nécessité impérieuse de respecter ces limites, aussi bien au niveau de l'enseignement que des concours. Il est certain que tout dépassement entraînerait une surcharge des programmes qui nuirait à la qualité de la formation. Il importe également que le changement d'état d'esprit, souligné plus haut, trouve sa traduction au niveau des sujets proposés. En particulier, il est souhaité que l'analyse de situations physiques trouve sa place dans des sujets équilibrés.

IV. *LIGNES DIRECTRICES DU PROGRAMME DE CHIMIE*

1. Le premier objectif est de réagir fortement contre une certaine tendance à présenter la chimie d'une manière trop exclusivement dogmatique et abstraite. En effet, la classe de mathématiques supérieures ne saurait être consacrée presque entièrement à l'exposé des principes théoriques sur lesquels se fonde la chimie, les exemples concrets d'application n'intervenant guère que l'année suivante. Une telle présentation, très méthodique et très déductive, facilite la tâche du professeur et peut paraître satisfaisante pour l'esprit... de ceux qui, possédant déjà des connaissances étendues de chimie, trouvent là un développement d'une justification solidement charpentée de ce qu'ils savaient déjà.

Pour que les élèves qui abordent ces sujets pour la première fois, une telle présentation offrirait des inconvénients sérieux. Elle contribuerait à fausser dans leur esprit l'image de la chimie et ne pourrait que renforcer chez eux un préjugé selon lequel une science véritablement digne d'intérêt ne peut être que déductive, c'est-à-dire qu'elle doit pouvoir être reconstituée à partir d'axiomes et de théorèmes. Or, ce n'est évidemment pas le cas de la chimie qui est une science du concret et une science expérimentale, certes largement rationalisable à partir des principes, élaborés notamment depuis une cinquantaine d'années, mais rationalisable *a posteriori*, et dans laquelle la prévision *a priori* des phénomènes reste étroitement tributaire de données empiriques. Aussi son enseignement doit-il être organisé de manière à faire ressortir fortement son double caractère de science des faits concrets et science à justification expérimentale. Par ailleurs, on ne comprend bien la chimie et on ne commence à s'y intéresser vraiment que si l'on possède au préalable en mémoire un bagage de faits expérimentaux suffisant pour servir de support à des rapprochements, à des déductions, bref au jeu du raisonnement chimique et physico-chimique.

Aussi, dans ce programme, l'exposé des principes est le plus souvent possible précisé par la présentation de faits concrets tirés de l'expérience ou de l'observation. C'est ce souci d'enseigner une chimie concrète dès la classe de mathématiques supérieures qui explique par exemple l'introduction d'un enseignement de chimie organique dont les mécanismes serviront de support à l'enseignement de la cinétique chimique. En contrepartie de cette introduction, une partie de l'étude des solutions aqueuses est reportée en deuxième année, et l'étude de l'état cristallin est reportée en P, P'.

Dans le même esprit, ce programme, plutôt que de prévoir d'une manière obligatoire un exposé dogmatique *a priori* des notions nécessaires mais abstraites sur la liaison chimique, laisse aux professeurs qui le souhaitent la possibilité de procéder d'une manière progressive à l'aide d'exemples concrets. En outre, la méthode VSEPR, nouvellement introduite, fournit un outil efficace de prévision de la géométrie des molécules simples.

2. Le deuxième objectif est de tenter de faire prendre conscience aux élèves de l'importance de la chimie, du fait des réalisations auxquelles elle donne lieu, qu'il s'agisse de chimie lourde aboutissant à des tonnages de fabrication considérables de produits qui interviennent jusque dans la vie la plus courante, ou de chimie de pointe dont la production, très sophistiquée, conditionne le progrès technique dans les domaines les plus variés. D'où la présence de chapitres à orientation industrielle et notamment d'un chapitre sur la pétrolochimie. Ils sont complétés en P, P' par quelques sujets nouveaux de chimie moderne, de pointe, précisément : le silicium et le titane. En fait, l'innovation essentielle dans ce chapitre vient surtout de l'introduction de quelques notions générales, celle des matières premières conditionnant le procédé nécessaire pour aboutir au produit désiré, et celle des matières transformées en distinguant leurs grandes classes : matériaux, grands intermédiaires chimiques, produits à usage non industriel. C'est aussi la notion de chaîne de fabrication, avec ses contraintes thermodynamiques et cinétiques. Il ne s'agit en aucun cas d'un enseignement technologique ni d'un enseignement spécialisé d'ingénieur, mais bien d'un enseignement de culture générale destiné simplement à ouvrir l'esprit des élèves sur les réalités industrielles.

V. *LIGNES DIRECTRICES DU PROGRAMME D'INFORMATIQUE*

1. Au niveau des classes préparatoires, le rôle de l'informatique est double :

— *Auxiliaire indispensable pour les disciplines scientifiques et techniques* (sciences mathématiques, sciences physiques, dessin de construction...) : outil puissant de calcul, outil de traitement de signaux au sein des dispositifs expérimentaux, outil de simulation et de conception de systèmes physiques ou techniques, et composant de systèmes complexes ;

— *Domaine de formation scientifique et élément de culture ayant une valeur spécifique :* organisation et traitement de données, recherche et mise en forme d'algorithmes, construction méthodique de programmes, initiation aux méthodes logiques propres à l'informatique, maîtrise des langages scientifiques et du raisonnement, école de rigueur, outil de contrôle, d'expérimentation et de conception...

2. Le programme d'informatique a été conçu dans cet esprit ; il marque une deuxième étape dans le processus de prise en compte de l'informatique dans les classes préparatoires. Son objectif est d'offrir :

— *Une introduction élémentaire à l'algorithmique et à la programmation* (illustrée en Pascal enrichi de composants logiciels prédéfinis) ;

— *Une familiarisation avec l'utilisation d'outils informatiques évolués* (modélisations, simulations, bases de données, visualisation et exploitation de résultats expérimentaux...) en vue de permettre l'approfondissement des disciplines scientifiques et techniques.

Pour ce qui concerne la programmation, l'objectif principal est d'entraîner les élèves à combiner, sur des exemples simples, un petit nombre d'instructions ou de composants logiciels dont la fonction est clairement indiquée, en vue de résoudre un problème donné. Aucune connaissance spécifique n'est exigible sur la complexité des algorithmes et sur les techniques de preuve de programmes. En effet, il s'agit de former des scientifiques sachant utiliser l'informatique de façon efficace, et non des informaticiens professionnels ou des techniciens de la programmation.

Classe de mathématiques supérieures

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

(Annexe II de l'arrêté du 17 juillet 1987)

AVERTISSEMENT

1. Les allégements

1. *Les allégements* les plus notables portent sur les points suivants :

a) *Structures algébriques usuelles*

Le vocabulaire à connaître a été allégé, notamment en ce qui concerne les anneaux et les corps, ainsi que l'algèbre multilinéaire.

Le champ d'étude a été restreint : pour toute l'algèbre linéaire et pour les polynômes on s'est placé dans le cas où le corps de base est un sous-corps de $\mathbb{C}$.

b) *Construction d'objets mathématiques*

La construction des ensembles de nombres $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ est hors programme.

La construction détaillée de l'algèbre des polynômes et du corps des fractions rationnelles, ainsi que celle de l'intégrale, ne sont pas imposées (et, *a fortiori*, exigibles des élèves).

c) *Chapitres comportant des difficultés conceptuelles ou techniques importantes*

En algèbre linéaire, l'étude de la dualité est reportée en seconde année ; celle des automorphismes orthogonaux n'a été conservée qu'en dimension $n \leqslant 3$, en relation avec la géométrie.

L'étude des transformations géométriques a été réduite à l'essentiel : les transformations $z \mapsto a\bar{z} + b$ et la réduction des antidéplacements de l'espace ont été supprimées.

En analyse, l'allégement essentiel concerne les fonctions de plusieurs variables : le programme se limite à quelques notions sur les fonctions de deux ou trois variables à valeurs réelles et sur les champs de vecteurs, en relation avec l'enseignement des sciences physiques ; l'étude systématique des fonctions à valeurs vectorielles est reportée en seconde année.

En géométrie différentielle, le programme se limite essentiellement aux courbes planes ; pour les courbes de l'espace, on a conservé un strict minimum de notions en relation avec la cinématique du point.

d) *Délimitation plus précise du niveau d'approfondissement à donner à certaines questions*

Elle porte notamment sur la technicité d'étude de la combinatoire et de l'arithmétique et le champ d'étude des notions topologiques.

2. Lignes directrices

a) En analyse, l'objectif essentiel est l'acquisition de méthodes efficaces pour l'étude d'un ensemble assez large de situations usuelles. *On évitera donc la recherche d'hypothèses minimales,* tant pour les théorèmes que pour les exercices et les problèmes. Ainsi l'objectif de la rubrique « intégration » est d'arriver, par une méthode économique, à une maîtrise opératoire de l'intégration des fonctions continues par morceaux. De même, pour le calcul différentiel, on s'est placé dans le cadre des fonctions de classe C^1 plutôt que dans celui des fonctions différentiables. Quelques notions de topologie sont introduites uniquement en vue de l'étude des suites et des fonctions; elles sont placées dans le cadre de $\mathbb{R}$ et de $\mathbb{R}^n$, et toute étude générale de la topologie est exclue.

Les notions de série et de convergence uniforme doivent faire l'objet d'un simple travail de sensibilisation portant sur des exemples. Toute étude systématique des séries est hors programme, et notamment les règles de convergence usuelles. Il en est de même pour les théorèmes généraux de stabilité des propriétés des fonctions par passage à la limite uniforme.

Pour tout ce qui concerne les compléments de calcul différentiel et intégral, l'objectif est l'acquisition de techniques efficaces de résolution de problèmes usuels; il est d'une grande importance aussi bien en mathématiques qu'en physique. En revanche, pour l'ensemble de ce paragraphe, aucune connaissance théorique n'est exigible des élèves.

b) En algèbre générale, le seul objectif visé est la mise en évidence, à partir des situations courantes figurant au programme, de quelques structures élémentaires. Il n'est donc pas prévu d'étudier systématiquement les structures usuelles (groupes, anneaux, corps...) et il convient de se limiter au vocabulaire strictement indispensable.

En combinatoire et en arithmétique, l'objectif est de mettre en place des connaissances solides sur les notions de base indiquées par le programme; en revanche, toute technicité est exclue, notamment en ce qui concerne les problèmes mettant en jeu les congruences.

c) En algèbre linéaire, l'objectif est double: disposer d'un vocabulaire général commode pour l'étude des problèmes linéaires intervenant dans l'ensemble du programme; avoir une bonne maîtrise des espaces de dimension finie et de leurs relations avec les espaces K^n.

La résolution des systèmes linéaires, l'inversion des matrices et la théorie du rang constituent des objectifs importants. En revanche, pour la réduction des endomorphismes et des matrices, il s'agit d'une prise de contact et toute étude systématique de la réduction est hors programme.

d) L'étude de la géométrie sera l'occasion de nombreux problèmes utilisant les ressources de l'algèbre et de l'analyse; inversement, elle servira le plus souvent possible de guide pour l'intuition dans ces disciplines.

Il a semblé nécessaire que les élèves de mathématiques supérieures disposent d'un modèle mathématique rigoureux de l'espace physique et sachent décrire ses isométries. L'étude des droites, plans, cercles, sphères et celle des distances et angles sont à envisager d'un point de vue pratique; il s'agit de mettre au point des techniques usuelles à propos de problèmes pour la plupart déjà rencontrés dans les classes antérieures.

Les constructions de courbes seront rattachées autant que possible à des problèmes d'origine géométrique. On évitera cependant toute érudition dans ce domaine.

En géométrie différentielle, on remarquera que le programme se limite à l'étude des courbes paramétrées, étude qui se relie tout naturellement à la cinématique du point.

3. En relation avec *l'introduction d'un programme d'informatique,* le champ des *activités algorithmiques* a été enrichi et les capacités exigibles en ce domaine sont précisées.

a) Le champ des algorithmes étudiés porte uniquement sur des algorithmes de type numérique et algébrique (à l'exclusion notamment des algorithmes liés à la combinatoire et à l'organisation de données).

b) Les travaux pratiques donnant lieu à des activités algorithmiques sont repérés par le signe § placé en marge.

Ces travaux pratiques, comme les autres, sont de deux sortes:

— Si le mot « *algorithme* » est mentionné, la connaissance de la méthode, la mise en forme de l'algorithme et sa mise en œuvre (sur ordinateur ou sur calculatrice, selon les cas) sont *exigibles.*

— *Dans tout autre cas, aucune connaissance spécifique* sur les algorithmes relatifs au problème considéré *n'est exigible* des élèves, et toutes les indications nécessaires doivent être données.

c) Les algorithmes exigibles des élèves sont en *nombre très restreint.* En effet, toute anthologie dans ce domaine irait à l'encontre de la qualité de la formation. Il paraît plus formateur d'entraîner les élèves à combiner, sur des exemples simples, des outils logiciels dont la fonction est clairement indiquée, en vue de résoudre un problème donné.

d) Aucune connaissance théorique sur la notion d'algorithme n'est au programme. Aucune connaissance n'est exigible sur la comparaison de la performance des algorithmes et sur les techniques de preuve des programmes.

ANALYSE

En analyse, l'objectif essentiel est l'acquisition de méthodes efficaces pour l'étude d'un ensemble assez large de situations usuelles. On évitera donc la recherche d'hypothèses minimales, tant pour les théorèmes que pour les exercices et les problèmes.

I. SUITES RÉELLES ET COMPLEXES

a) Convergence et divergence d'une suite. Opérations sur les limites.

Relations de comparaison: suite négligeable devant une suite, suites équivalentes.

Comparaison des suites $n \mapsto n^\alpha$, $n \mapsto (\ln n)^\beta$, $n \mapsto k^n$, $n \mapsto n!$, où α, β, k sont des réels ($k > 0$).

b) Définition de la convergence et de la divergence d'une série à termes réels ou complexes. Séries géométriques.

Toute étude systématique des séries est hors programme, et notamment les règles de convergence usuelles.

c) Toute suite croissante majorée de nombres réels converge. Théorème des segments emboîtés; suites adjacentes. Développements décimaux des nombres réels. De toute suite bornée de nombres réels ou complexes on peut extraire une suite convergente. Théorème du point fixe pour une application contractante d'un intervalle fermé dans lui-même.

Travaux pratiques

§ Etude du comportement asymptotique de suites. Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

§ Algorithmes d'approximation d'une solution d'une équation numérique: méthode de dichotomie, méthode d'itération, méthode de Newton; comparaison de ces méthodes sur des exemples.

II. DROITE NUMÉRIQUE, FONCTIONS CONTINUES

1. Droite numérique

Les notions qui suivent sont introduites uniquement en vue de l'étude des suites et des fonctions. Aucune autre notion topologique n'est au programme et toute étude générale de la topologie est exclue.

Ouverts, fermés, voisinages d'un point; adhérence et intérieur d'une partie, partie dense, interprétation topologique de la convergence d'une suite; caractérisation des points adhérents et des parties fermées à l'aide des suites. Dans $\mathbb{R}$, les parties compactes (au sens des suites) sont les parties fermées bornées.

Droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$.

2. Etude locale d'une fonction numérique définie sur une partie de R

Limites, opérations sur les limites, limite d'une fonction monotone; continuité en un point. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point: fonction négligeable devant une fonction, fonctions équivalentes. Comparaison des fonctions exponentielles, logarithmes, puissances au voisinage de $+\infty$ et de zéro.

3. Vocabulaire usuel relatif aux fonctions

Fonctions bornées, monotones, continues, uniformément continues, lipschitziennes. Sur un segment (intervalle fermé borné): fonction en escalier, fonction continue par morceaux (n'ayant qu'un nombre fini de points de discontinuité, en lesquels elle possède une limite à droite et une limite à gauche). Fonction périodique sur $\mathbb{R}$.

4. Propriétés fondamentales des fonctions continues

Les énoncés de ce paragraphe peuvent être admis en tout ou partie

a) Image réciproque d'un ouvert ou d'un fermé par une fonction continue. Image d'un intervalle par une fonction continue. Image d'une partie compacte par une fonction continue. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle. Continuité uniforme d'une fonction continue sur une partie compacte.

b) Sur un segment, approximation uniforme d'une fonction continue par des fonctions en escalier, par des fonctions continues affines par morceaux.

Travaux pratiques

§ Etude du comportement asymptotique de fonctions numériques, recherche de limites.

Exemples d'approximation uniforme d'une fonction.

§ Exemples simples d'étude d'une suite de fonctions.

III. FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE: CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

On considère, dans cette partie, des fonctions à valeurs réelles (sauf au paragraphe 5), définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$.

1. Dérivation

a) Dérivée en un point: dérivée à gauche, à droite. Dérivabilité sur un intervalle, fonction dérivée. Opérations sur les dérivées: linéarité, produit, quotient, fonctions composées, fonctions réciproques.

b) Fonctions de classe C^p, de classe C^∞: dérivée n-ième du produit de deux fonctions (formule de Leibniz); la composée de deux fonctions de classe C^p est de classe C^p.

c) Extrémums locaux des fonctions dérivables, théorème de Rolle, formule des accroissements finis. Caractérisation des fonctions monotones et strictement monotones parmi les fonctions dérivables. Si f est continue sur $[a, b]$, de classe C^1 sur $]a, b]$ et si f' a une limite en a, alors f est de classe C^1 sur $[a, b]$.

d) Caractérisation des fonctions convexes de classe C^1 par les propriétés suivantes:

— La partie du plan située au-dessus de la courbe est convexe;
— Tout arc est sous sa corde;
— La dérivée première est croissante;
— La courbe est au-dessus de chaque tangente.

2. Intégration sur un segment

La construction détaillée de l'intégrale n'est pas imposée. Le programme n'impose pas le choix d'un mode de présentation de l'intégration; quel que soit ce choix, les aspects fondamentaux de la théorie doivent être mis en valeur: linéarité et positivité de l'intégrale, additivité par rapport à l'intervalle d'intégration, lien entre intégrales et primitives. Le cadre retenu doit contenir les fonctions continues par morceaux et peut se limiter à elles.

a) Intégration des fonctions en escalier, des fonctions continues par morceaux.

Pour $a \leqslant b$, $\left| \int_a^b f(t)\,dt \right| \leqslant \int_a^b |f(t)|\,dt \leqslant (b-a) \sup_{t \in [a,\ b]} |f(t)|$.

Convergence des sommes de Riemann d'une fonction continue associées à des subdivisions à pas constant.

b) Relation de Chasles. Primitives d'une fonction continue; si f est une fonction continue sur un intervalle I et si a est un point de I, la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule au point a et, pour toute primitive h de f sur I, $\int_a^x f(t)\,dt = h(x) - h(a)$.

Intégration par parties, changement de variable.

3. Formule de Taylor

Formule de Taylor avec reste intégral pour une fonction de classe C^{p+1} sur un intervalle; majoration du reste: inégalité de Taylor-Lagrange.

4. Étude locale des fonctions

Développements limités, opérations sur les développements limités.

Existence d'un développement limité à l'ordre p pour une fonction de classe C^p, formule de Taylor-Young.

5. Fonctions d'une variable réelle a valeurs dans $\mathbb{C}$ ou dans $\mathbb{R}^n$

Brève extension à ces fonctions des notions et propriétés suivantes:

— Limite, continuité, comparaison des fonctions au voisinage d'un point.

— Dérivée en un point. Opérations sur les dérivées. Fonctions de classe C^p, de classe C^∞; dérivée n-ième du produit de deux fonctions à valeurs complexes.

— Intégration. Pour une fonction à valeurs complexes et pour $a \leqslant b$, inégalité

$$\left| \int_a^b f(t)\, dt \right| \leqslant \int_a^b \left| f(t) \right| dt.$$

— Formule de Taylor avec reste intégral; inégalité de Taylor-Lagrange.

— Développements limités, formule de Taylor-Young.

6. Fonctions usuelles

a) Fonctions exponentielles et logarithmes, fonctions hyperboliques et hyperboliques réciproques. Fonctions puissances.

b) Fonctions circulaires et circulaires réciproques; fonction $t \mapsto e^{it}$ (t réel); symbole e^z (z complexe), règles de calcul. Dérivation de $t \mapsto e^{at}$ (t réel, a complexe).

c) Caractérisation des fonctions linéaires, exponentielles réelles, logarithmes, puissances d'une variable réelle par la continuité et leur équation fonctionnelle; caractérisation par leur équation différentielle linéaire.

d) Primitives des fonctions usuelles; calcul des primitives des fonctions rationnelles.

7. Intégration sur un intervalle non compact

Définition de la convergence et de la divergence de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle non compact.

Convergence des intégrales

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha} \text{ et } \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha} ;$$

comparaison de l'intégrale d'une fonction positive à une intégrale de référence.

Travaux pratiques

Recherche de développements limités, étude locale et asymptotique de fonctions. Variations de fonctions, application à l'étude d'équations et inéquations, à l'obtention de majorations et minorations de suites et de fonctions. Recherche d'extrémums. Exemples d'inégalités de convexité.

Exemples de calcul de primitives. Calcul des primitives des fonctions rationnelles de sin x et cos x, ou de e^x, des fonctions rationnelles de x et $\sqrt{ax^2 + bx + c}$.

Exemples de méthodes de calcul approché d'intégrales.

Exemples d'utilisation de sommes de Riemann pour l'étude de suites.

Exemples simples d'étude d'intégrales sur un intervalle non compact, la fonction étant positive.

IV. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

a) Définition d'une solution sur un intervalle d'une équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y).$$

b) Équation linéaire du premier ordre $a(x)\, y' + b(x)\, y = c(x)$, où a, b, c sont trois fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. Structure de l'ensemble des solutions sur un intervalle où a ne s'annule pas; existence et unicité de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée, forme explicite des solutions.

c) Résolution de l'équation $ay'' + by' + cy = f(x)$, où a, b, c sont des constantes complexes et f une somme de fonctions de type $e^{mx}\, P(x)$, où m est un nombre complexe et P un polynôme.

Travaux pratiques

Exemples d'étude d'équations différentielles non linéaires du premier ordre (à variables séparables, homogènes...).

Exemples d'étude d'équations différentielles issues de la géométrie, de la mécanique ou des sciences expérimentales.

V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES

1. Espace $\mathbb{R}^n$, fonctions continues

Les notions qui suivent sont introduites uniquement en vue de l'étude des suites et des fonctions. Aucune autre notion topologique n'est au programme et toute étude générale de la topologie est exclue.

a) Normes $\sup |x_i|$ et $\sqrt{\Sigma\, x_i^2}$, leur équivalence; boules, pavés, parties bornées, voisinage d'un point, ouverts, fermés.

b) Limite d'une suite; de toute suite bornée on peut extraire une suite convergente. Limite et continuité d'une application d'une partie de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$; applications partielles, continuité partielle.

2. Calcul différentiel

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ et à valeurs réelles. On se limitera au cas où $p \leqslant 3$. *La notion de fonction différentiable est hors programme.*

a) Dérivées partielles premières, fonctions de classe C^1; développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe C^1, forme linéaire tangente en un point, dérivée selon un vecteur, gradient. Notation différentielle. Dérivée d'une fonction de la forme $t \mapsto f(u(t), v(t), w(t))$; application au calcul des dérivées partielles d'une fonction composée.

En un point où la fonction présente un extrémum, les dérivées partielles sont nulles.

b) Dérivées partielles d'ordre k ($k \geqslant 2$): fonction de classe C^k, théorème de Schwarz (admis).

c) Théorème des fonctions implicites pour une équation $f = 0$, où f est une application de classe C^k d'un ouvert de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}$ (théorème admis). Calcul des dérivées partielles d'une fonction définie implicitement; application à la tangente à une courbe définie par une équation $f(x, y) = 0$.

Travaux pratiques

Exemples de calcul de dérivées partielles.

Exemples de recherche d'extrémums.

Exemples d'emploi de changements de variable.

VI. COMPLÉMENTS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Il est rappelé que, pour l'ensemble de ce paragraphe, aucune connaissance théorique n'est exigible des élèves.

1. Champs de vecteurs

a) Pour un champ de vecteurs sur un ouvert de $\mathbb{R}^3$ à valeurs dans $\mathbb{R}^3$, dérivées partielles d'ordre k, divergence, rotationnel.

Potentiel scalaire. Un champ de vecteurs de classe C^1 qui possède un potentiel scalaire est de rotationnel nul; réciproque (admise) sur un ouvert étoilé.

Définition de $\int_\Gamma P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, où P, Q, R sont de classe C^1 dans un ouvert contenant l'arc Γ (arc paramétré de classe C^1 par morceaux); cas où la forme différentielle est exacte. Définition de la circulation d'un champ de vecteurs.

b) Cas des champs de vecteurs sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ à valeurs dans $\mathbb{R}^2$.

2. Intégrales doubles et triples

a) Présentation des intégrales doubles. Sans soulever aucune difficulté théorique, on énoncera sans démonstration les résultats suivants:

— Linéarité, croissance; additivité par rapport aux ensembles;
— Calcul en coordonnées cartésiennes; interversion de l'ordre des intégrations;
— Formule de changement de variables; cas du passage en coordonnées polaires.

b) Brève extension au cas des intégrales triples.

Travaux pratiques

Application des intégrales simples et multiples aux calculs d'aires planes, de volumes, de masses, de centres d'inertie et de moments d'inertie.

Exemples de calculs d'intégrales curvilignes et de potentiels scalaires.

Exemples d'utilisation de la formule de Green-Riemann.

ALGÈBRE

1. NOMBRES ET STRUCTURES

Le seul objectif visé est la mise en évidence, à partir des situations courantes figurant au programme, de quelques structures élémentaires. Il n'est donc pas prévu d'étudier systématiquement les structures usuelles.

Au sortir de la classe de mathématiques supérieures, les élèves devront être en possession du langage élémentaire relatif aux ensembles, aux applications, aux familles et aux lois de composition, ainsi que du vocabulaire suivant:

Relation d'équivalence, ensemble quotient. Relation d'ordre, ordre partiel et total.

Anneau (il y a un élément unité), sous-anneau (il contient l'élément unité de l'anneau), morphisme (ou homomorphisme) d'anneaux. Idéal d'un anneau commutatif. Anneau intègre (commutatif); idéal principal dans un anneau intègre. Corps (au sens de corps commutatif); sous-corps.

Algèbre (associative), sous-algèbre, morphisme d'algèbres.

Aucun développement sur ces notions n'est au programme.

Toute construction de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ *est hors programme.*

1. Groupes

a) Groupe, sous-groupe, morphisme (ou homomorphisme) de groupes; groupe commutatif. Sous-groupe engendré par une partie; groupe monogène, groupe cyclique (monogène fini).

b) Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Cycles, transpositions. Décomposition d'une permutation en produit de cycles disjoints (résultat admis), en produit de transpositions. Signature d'une permutation, groupe alterné.

2. Les entiers, les rationnels

Dans ce paragraphe, toute technicité est à éviter.

a) Rappel des propriétés de $\mathbb{N}$ (ensemble des entiers $\geqslant 0$). Principe de récurrence. Arrangements, combinaisons. Formule du binôme, notations C_n^p et $\binom{n}{p}$.

b) Anneau $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs. Division euclidienne; sous-groupes additifs de $\mathbb{Z}$. L'anneau $\mathbb{Z}$ est intègre et ses idéaux sont principaux. PGCD, PPCM, égalité de Bézout. Nombres premiers; l'ensemble {2, 3, 5...} des nombres premiers est infini. Décomposition en facteurs premiers.

Congruences, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, éléments inversibles de cet anneau; corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

Corps $\mathbb{Q}$ des rationnels.

3. Les réels

a) Le corps $\mathbb{R}$ des réels est un corps totalement ordonné dont toute partie non vide majorée admet une borne supérieure. Les intervalles de $\mathbb{R}$ sont les parties convexes de $\mathbb{R}$; tout intervalle contenant au moins deux points rencontre $\mathbb{Q}$ et $\complement\mathbb{Q}$. Valeur absolue, inégalité triangulaire. Partie entière d'un réel; la partie entière de a est le plus grand entier relatif $n \leqslant a$.

4. Les complexes

a) Corps $\mathbb{C}$ des complexes, sa structure de $\mathbb{R}$-algèbre; conjugaison dans $\mathbb{C}$. Module (ou valeur absolue) d'un nombre complexe, inégalité triangulaire. Groupe des nombres complexes de module 1.

b) Argument d'un nombre complexe non nul, notation $e^{i\theta}$ (les fonctions trigonométriques sont supposées connues). Résolution de l'équation $z^n = a$. Groupe des racines n-ièmes de l'unité, générateurs. Usage des nombres complexes en trigonométrie.

c) Étude des transformations $z \mapsto az + b$.

Travaux pratiques

Exemples (tirés de la géométrie, de l'algèbre linéaire...) de groupes opérant sur un ensemble.

Exercices de dénombrement et de sommation.

§ Recherche du PGCD de deux entiers, algorithme d'Euclide.

§ Calcul sur les nombres complexes.

Linéarisation de polynômes trigonométriques.

Exemples d'applications géométriques des nombres complexes.

II. POLYNÔMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

Dans cette partie, le corps K *est un sous-corps de* $\mathbb{C}$.

La construction détaillée de K [X] *et de* K (X) *n'est pas imposée.*

1. Polynômes a une indéterminée sur un corps K

a) Algèbre K [X]; degré d'un polynôme (degré de zéro = $-\infty$), terme dominant, polynôme unitaire. L'anneau K [X] est intègre. Division euclidienne.

Tout idéal de K [X] est principal. Divisibilité dans K [X], PGCD, PPCM, égalité de Bézout. Décomposition d'un polynôme en produit de facteurs irréductibles.

b) Fonction polynôme. Polynôme dérivé, formule de Taylor. Racines (ou zéros) d'un polynôme, ordre de multiplicité, polynôme scindé. Relation entre les coefficients et les racines d'un polynôme scindé. Correspondance entre polynômes et fonctions polynômes. Équations algébriques; théorème de d'Alembert (admis); polynômes irréductibles de $\mathbb{C}$ [X] et $\mathbb{R}$ [X].

c) Étant donné un élément *a* d'une K-algèbre E, morphisme $P \mapsto P(a)$ de l'algèbre K [X] dans E.

2. Fractions rationnelles

Corps K (X) des fractions rationnelles. Représentants irréductibles d'une fraction rationnelle non nulle.

Fonction rationnelle; zéros, pôles, ordre d'un zéro ou d'un pôle.

Division selon les puissances croissantes dans K [X].

Lorsque K = $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}$, existence et unicité de la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples; partie entière.

Travaux pratiques

§ Calcul des valeurs d'un polynôme par l'algorithme de Hörner.

§ Algorithme de la division euclidienne. Recherche d'un PGCD de deux polynômes, algorithme d'Euclide.

§ Algorithme de la division selon les puissances croissantes.

Pratique de la décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}$(X) et $\mathbb{R}$(X).

Exemples de calcul, à l'aide des coefficients d'une équation algébrique, de fonctions rationnelles symétriques de ses racines. Exemples de résolution dans C d'équations algébriques.

III. ALGÈBRE LINÉAIRE ET MULTILINÉAIRE

Dans cette partie, le corps K *est sous-corps de* C.

1. Espaces vectoriels

a) Espace vectoriel sur un corps, exemples. Applications linéaires, composition, isomorphisme, endomorphisme, automorphisme. Formes linéaires.

Espace vectoriel $\mathscr{L}$ (E, F), espace dual E*, algèbre $\mathscr{L}$ (E), groupe linéaire GL (E).

L'étude de la dualité n'est pas au programme.

b) Sous-espaces vectoriels; image et noyau d'une application linéaire.

Sous-espace engendré par une partie. Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels. Cas où la somme est directe; sous-espaces vectoriels supplémentaires, projecteurs.

c) Familles libres, familles génératrices, bases; coordonnées (ou composantes) d'un vecteur.

d) Sous-espace affine d'un espace vectoriel, direction; sous-espaces affines parallèles. Applications affines. Équation linéaire $f(x) = a$.

2. Espaces vectoriels de dimension finie

a) Espaces admettant une famille génératrice finie. Théorème de la base incomplète, existence de bases, dimension. Dimension d'un sous-espace, existence de supplémentaires. Dimension d'une somme directe. Relation

$$\dim (A + B) + \dim (A \cap B) = \dim A + \dim B.$$

Pour une application linéaire *u*, isomorphisme entre Im *u* et tout supplémentaire de Ker *u*. Cas d'une forme linéaire, hyperplans; hyperplans affines, équation d'un hyperplan affine.

Rang d'une application linéaire, caractérisation des isomorphismes; rang d'une famille de vecteurs.

b) Définition des valeurs propres, du sous-espace propre associé à une valeur propre, des vecteurs propres (pour unifier la terminologie, on convient que le vecteur nul n'est pas un vecteur propre).

3. Matrices

a) Espace vectoriel $M_{p,q}$ (K) des matrices à *p* lignes et *q* colonnes sur un corps K. Isomorphisme canonique de $\mathscr{L}(K^q, K^p)$ sur $M_{p,q}$ (K). Produit matriciel, transposition. Algèbre M_n (K); matrices inversibles, groupe linéaire GL_n (K). Matrices symétriques, antisymétriques.

b) Matrice d'une application linéaire d'un espace vectoriel dans un autre, ces espaces étant munis de bases; matrice d'un endomorphisme d'un espace vectoriel muni d'une base; matrice d'une famille finie de vecteurs relativement à une base. Matrice de passage (la matrice de passage de la base U à la base V est la matrice dont la j-ième colonne est formée des coordonnées dans U du j-ième vecteur de V). Effet d'un changement de base(s) sur la matrice d'une application linéaire.

Trace d'une matrice carrée; trace d'un endomorphisme.

c) Rang d'une matrice. Utilisation de matrices carrées inversibles extraites pour la détermination du rang.

Matrices équivalentes. Caractérisation à l'aide du rang. Toute matrice M de rang *r* est équivalente à la matrice canonique $J_r = (\alpha_{ij})$, définie par les relations $\alpha_{jj} = 1$ si $1 \leqslant j \leqslant r$, et $\alpha_{ij} = 0$ dans tous les autres cas.

d) Matrices semblables. S'il existe une base de vecteurs propres de l'endomorphisme de K^n associé à un élément M de M_n (K), alors M est semblable à une matrice diagonale.

Aucun autre résultat sur la réduction des endomorphismes et des matrices n'est au programme.

e) Systèmes d'équations linéaires, rang; condition d'existence d'une solution. Systèmes de Cramer.

4. Applications multilinéaires, déterminants

a) Définition d'une application multilinéaire.

b) Formes *n*-linéaires alternées sur un espace vectoriel de dimension *n*. Déterminant de *n* vecteurs dans une base d'un espace vectoriel de dimension *n*; critère d'indépendance.

Déterminant d'un endomorphisme, du composé de deux endomorphismes; caractérisation des automorphismes.

c) Déterminant d'une matrice carrée. Déterminant du produit de deux matrices, de la transposée d'une matrice. Mineurs, cofacteurs, développement par rapport à une ligne ou une colonne.

d) Applications des déterminants: expression de l'inverse d'une matrice carrée, formules de Cramer; orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.

L'emploi des déterminants bordants pour traduire des conditions d'existence des solutions d'un système linéaire ou pour déterminer le rang d'une matrice est hors programme.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de l'indépendance de familles de polynômes ou de fonctions.

Exemples de construction d'un supplémentaire d'un sous-espace donné.

§ Manipulations (ou opérations) élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice : addition d'un multiple d'une ligne à une autre, multiplication d'une ligne par un scalaire non nul, échange de deux lignes. Applications : résolution des systèmes linéaires par l'algorithme du pivot partiel, calcul de déterminants, inversion des matrices carrées, calcul du rang d'une matrice.

Exemples d'emploi de changements de bases. Exemples de calcul de la puissance n-ième d'une matrice. Exemples d'étude de suites récurrentes linéaires $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.

Exemples de calculs de déterminants.

IV. ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

Un espace vectoriel euclidien est un espace vectoriel réel de dimension finie muni d'un produit scalaire (défini positif).

1. Produit scalaire

Inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire, norme euclidienne.

Existence de bases orthonormales (ou orthonormées) ; méthode de Schmidt.

Sous-espaces vectoriels orthogonaux ; orthogonal d'un sous-espace. Projections et symétries orthogonales ; distance d'un point à un sous-espace. Isomorphisme canonique avec le dual. Normale à un hyperplan.

2. Automorphismes orthogonaux en dimension $n \leqslant 3$

a) Conservation de la norme, du produit scalaire ; groupe orthogonal O(E), groupe spécial orthogonal SO(E) (rotations). Les réfexions engendrent O(E) ; en dimension 3, les demi-tours (ou retournements) engendrent SO(E).

b) Matrices orthogonales. Groupe $O(n)$ et $SO(n)$. Changement de base orthonormale.

c) Cas où l'espace vectoriel euclidien est orienté.

Pour $n = 2$: produit mixte, notation Det (u, v). Matrice dans une base orthonormale directe d'une rotation, d'une symétrie ; angle d'une rotation.

Pour $n = 3$: produit mixte, notation Det (u, v, w). Produit vectoriel, notation $u \times v$ ou $u \wedge v$; applications antisymétriques. Axe et angle d'une rotation.

Travaux pratiques

Pratique de la méthode de Schmidt.

Exemples d'emploi de changements de base orthonormale.

Exemple de recherche du sous-espace des points invariants par une réflexion, et, en dimension 3, de l'axe et de l'angle d'une rotation.

GÉOMÉTRIE

Le corps des scalaires est celui des réels.

I. GÉOMÉTRIE AFFINE DU PLAN ET DE L'ESPACE (DE DIMENSION 3)

Définition d'un espace affine. Notation $A + u$, où A est un point et u un vecteur. Repères (couples point-base), coordonnées d'un point, changement de repères ; orientation.

Barycentres. Applications affines. Groupe des homothéties-translations. Projections, affinités.

Droites et plans : direction, parallélisme, intersection ; équations, paramétrages.

Parties convexes : définition, intersection, image par une application affine, image réciproque.

II. GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE DU PLAN ET DE L'ESPACE ORIENTÉS

a) Espace affine euclidien : distance de deux points, inégalité triangulaire.

b) Isométries du plan : les réflexions engendrent le groupe des isométries. Déplacements, andidéplacements.

c) Isométries de l'espace : les réflexions engendrent le groupe des isométries ; déplacements ; les demi-tours engendrent le groupe des déplacements. Réduction d'un déplacement (vissage).

d) Systèmes de coordonnées : coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques.

e) Droites et plans : dans le plan orienté, angle orienté de deux demi-droites, de deux droites ; équation normale d'une droite, équation polaire d'une droite. Dans l'espace, angle de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.

f) Cercles et sphères : dans le plan, équation d'un cercle en coordonnées cartésiennes, équation polaire d'un cercle passant par l'origine.

Équation d'une sphère en coordonnées cartésiennes. Intersection d'une sphère et d'un plan, de deux sphères.

g) Coniques dans le plan : équation cartésienne ; réduction en repère orthonormal. Équation polaire d'une conique ayant l'origine pour foyer, la directrice associée et l'excentricité étant données.

III. COURBES PARAMÉTRÉES

Toutes les fonctions utilisées sont de classe C^p, avec p aussi grand que nécessaire.

a) Étude locale d'une courbe paramétrée du plan : tangente, point régulier, point birégulier, concavité ; branches infinies.

b) Longueur d'un arc dans le plan et l'espace ; abscisse curviligne.

c) Dans le plan orienté, pour un arc birégulier : repère de Frenet, courbure.

d) Dans l'espace, tangente, plan osculateur, demi-plan osculateur, normale principale, courbure.

e) Interprétation cinématique : trajectoire, vitesse, accélération.

Travaux pratiques

Exemples de groupes d'isométries laissant invariante une partie du plan ou de l'espace.

Calcul de la distance d'un point à une droite, d'un point à un plan, de deux droites. Perpendiculaire commune à deux droites. Calculs d'angles.

Exemples d'étude locale de courbes planes en un point non birégulier (inflexions, rebroussements).

§ Construction de courbes planes définies par une équation $y = f(x)$, une représentation paramétrique en coordonnées cartésiennes, une équation polaire $\rho = f(\theta)$ (la fonction f n'étant pas nécessairement de signe constant).

Exemples simples de recherche de courbes planes définies par une condition différentielle.

Exemples simples de recherche de lieux géométriques.

Ensemble des points M dont le rapport des distances à deux points A et B est constant ou tels que l'angle de droites (ou de demi-droites) (MA, MB) soit constant.

PROGRAMME ET COMMENTAIRES DE SCIENCES PHYSIQUES

(Annexe III de l'arrêté du 18 mai 1984 modifiée par l'arrêté du 17 juillet 1987)

PHYSIQUE

Préambule

Ce programme est fondé sur le désir d'apporter aux futurs élèves des grandes écoles des connaissances de physique générale adaptées à leur vocation scientifique et technique. Il s'appuie sur les programmes de l'enseignement du second degré dont la qualité et l'ambition sont à la mesure d'une solide formation scientifique; ceci devrait éviter aux enseignants de consacrer un temps excessif aux notions déjà étudiées dans les années antérieures. On remarquera toutefois que ces derniers programmes ont une orientation « fondamentaliste » assez marquée et n'abordent que légèrement les phénomènes macroscopiques. Par conséquent, les buts recherchés ici sont de divers ordres. Tout d'abord, affiner et synthétiser les connaissances déjà acquises en mécanique, électromagnétisme et physique ondulatoire. Ensuite, faire un premier pas en avant dans l'étude des phénomènes macroscopiques en défrichant la thermodynamique, discipline presque totalement nouvelle, en familiarisant les élèves avec la phénoménologie de cette physique et la nature du raisonnement thermodynamique. Ménager une place importante à l'intégration des connaissances acquises, en étudiant la physique de la matière où le lien avec le concret peut être réellement effectué, cependant que toute référence avec la physique quantique a été délibérément limitée aux notions indispensables pour les programmes de chimie et de physique de la matière. Enfin, l'électronique, discipline dont il est inutile de souligner l'importance, a été introduite en tant qu'élément nouveau et fondamental. A ce sujet, ressort de façon aiguë le rôle important et formateur joué par les travaux pratiques où l'électronique doit avoir une place de premier ordre.

Les unités utilisées seront celles du système international, à l'exclusion de tout autre.

L'étude systématique des « calculs d'incertitude » et des « équations aux dimensions » est exclue du programme. On fera cependant appel aux notions d'incertitude et de coefficients de dimension chaque fois que l'occasion se présentera dans le cours, les exercices, les travaux pratiques: on distinguera erreurs systématiques et erreurs aléatoires; on introduira sur des exemples les notions d'écart type et de variance.

Compte tenu des diverses méthodes d'exposition possibles de ce programme, il ne pourra être demandé de questions de cours aux épreuves écrites des concours d'entrée dans les grandes écoles scientifiques.

Les épreuves orales de ces concours peuvent comporter des questions de cours portant exclusivement sur le programme de seconde année. Les problèmes et exercices proposés aux épreuves des concours peuvent porter sur les programmes de première et de deuxième année.

CLASSE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

A) *PHYSIQUE DE LA MATIÈRE - THERMODYNAMIQUE*

Programme	*Commentaires*
	Cette partie du programme a pour objet de rendre plus claires diverses notions du cours de thermodynamique. Tout développement sur la thermodynamique statistique est strictement hors programme. On utilisera des modélisations simples permettant de dégager les paramètres physiques significatifs des phénomènes étudiés.
1. ASPECTS CINÉTIQUES DE LA THERMODYNAMIQUE.	
Théorie cinétique des gaz parfaits. Définition cinétique de la pression et de la température.	On traitera le modèle du gaz parfait monoatomique.
Facteur de Boltzmann.	Le contexte dans lequel est introduit et sera utilisé le facteur de Boltzmann est celui de la probabilité d'occupation d'un état d'énergie donnée, pour un élément microscopique d'un système, à température imposée, ces éléments étant indépendants et discernables.
Limitation du modèle du gaz parfait; gaz réels. Libre parcours moyen; notion statistique de section efficace.	On se bornera à dégager le rôle du volume fini des molécules et des interactions moléculaires en se limitant à l'équation d'état de Van der Waals et au développement du viriel limité aux deux premiers termes: $P = \left(\frac{NkT}{V}\right)(1 + \left(\frac{N}{V}\right) B(T) + \ldots).$ La notion de section efficace différentielle est hors programme.
Phénomènes de diffusion. Conservation des particules. Loi de Fick. Coefficient d'autodiffusion d'un gaz.	L'étude sera limitée à la diffusion unidirectionnelle d'une substance à travers elle-même (autodiffusion de molécules marquées: isotopes, molécules radioactives). On établira, à partir d'un modèle simple, le lien entre le coefficient d'autodiffusion d'un gaz et le libre parcours moyen.

Programme	*Commentaires*
Conduction de la chaleur. Conductivité thermique. Loi de Fourier.	L'étude sera limitée à la conduction unidirectionnelle dans les corps homogènes et isotropes.
2. SYSTÈMES THERMODYNAMIQUES.	
Description des systèmes en équilibre. Systèmes simples, homogènes, isotropes, hétérogènes. Notion de phase.	On s'attachera à dégager le but et l'universalité de la thermodynamique. Le passage d'une description microscopique à une description macroscopique conduit à des grandeurs, moyennes de grandeurs microscopiques, mais de plus nécessite l'introduction de grandeurs thermodynamiques spécifiques (température, entropie). On utilisera des exemples de systèmes les plus variés possible (fluides, systèmes électrostatiques, électrochimiques, chimiques, machines thermiques...).
Variables thermodynamiques. Variables extensives (volume, charge électrique...), variables intensives (pression, température, potentiel électrique, concentration).	On évitera de s'étendre sur le caractère intensif ou extensif des variables; on se limitera à une distinction de caractère intuitif entre ces deux catégories de variables.
Relations expérimentales entre les variables d'un système en équilibre. Existence d'une relation P.V.T., coefficients thermoélastiques et calorimétriques C_p, C_v pour les corps purs.	On donnera d'autres exemples que les fluides: condensateur plan avec diélectrique, fil élastique...; on indiquera des phénomènes permettant le repérage des températures.
Vitesse d'évolution d'un système: constantes de temps associées aux divers paramètres d'un système évoluant vers un état final d'équilibre.	On donnera sous forme exclusivement descriptive des exemples de situations pour lesquelles le système peut être considéré comme en équilibre vis-à-vis de certaines variables à constantes de temps brèves et hors d'équilibre vis-à-vis d'une ou plusieurs variables à évolution beaucoup plus lente.
Notion d'irréversibilité thermodynamique. Cas limite de la réversibilité.	On décrira en particulier les systèmes en cours de réaction chimique. On appellera systèmes ouverts les systèmes non isolés où il y a transfert de matière avec l'extérieur.
Systèmes isolés. Systèmes non isolés: systèmes pour lesquels se produit avec l'extérieur un transfert par exemple de chaleur, de travail mécanique ou électrique, de quantité de mouvement, de matière, de rayonnement, de charge électrique.	
3. PREMIER PRINCIPE DE THERMODYNAMIQUE.	
Bilans énergétiques. Énergie interne U. Enthalpie H.	On se limitera à l'étude des systèmes fermés. On traitera en particulier les détentes à énergie interne constante et

Programme	*Commentaires*
	celles à enthalpie constante. Des exemples de bilan généralisé, incluant l'énergie cinétique macroscopique du système, non comptabilisée dans H, seront donnés.
4. DEUXIÈME PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE.	
Second principe.	
Entropie S. Bilan entropique. Exemples simples de processus irréversibles. Définition thermodynamique de la température.	On prendra en particulier comme exemples de systèmes les machines thermiques et on introduira la notion de rendement maximal (théorème de Carnot). On complétera l'étude des détentes à énergie interne constante et à enthalpie constante.
Définition de l'énergie libre F et de l'enthalpie libre G. Expression différentielle de G.	Les relations de Maxwell ne sont pas au programme.

B) *MÉCANIQUE*

Note. — Aucun problème d'écrit ne pourra porter exclusivement sur la relativité restreinte.

1. SYSTÈMES DE POINTS MATÉRIELS.	
Espace et temps d'un observateur. Définition physique d'un point matériel; état d'un système de points, description de cet état: variables $(\vec{x}, \vec{v})$.	Les formalismes lagrangien et hamiltonien sont hors programme. Les systèmes continus ne seront étudiés qu'en classe de mathématiques spéciales.
Évolution de l'état: principe fondamental de la dynamique. Repères galiléens, principe de relativité.	
Composition des mouvements. Référentiels non galiléens, accélérations d'entraînement et de Coriolis; référentiels en rotation uniforme, référentiels uniformément accélérés et gravitation. Introduction des forces d'inertie.	
Énergie. Énergie cinétique; travail d'une force, énergie potentielle. Conservation de l'énergie pour un système isolé.	
Quantité de mouvement. Référentiel du centre de masse. Conservation de la quantité de mouvement totale pour un système isolé.	Les particules seront assimilées à des points matériels.
Moment cinétique. Conservation du moment cinétique.	
2. SYSTÈMES DE DEUX POINTS MATÉRIELS.	
Référentiel du centre de masse, masse réduite, moment cinétique par rapport au	On se limitera ici au calcul de la section efficace pour des sphères dures.

Programme	*Commentaires*
barycentre. Mouvement relatif, réduction du problème à celui d'une particule dans un potentiel. États liés, états de diffusion. Collision entre deux particules, notion de section efficace.	La notion de section efficace différentielle est hors programme.
3. ÉTUDE DE QUELQUES CAS PARTICULIERS.	
Potentiels centraux.	Dans tous les cas qui s'y prêtent, on discutera et on utilisera les constantes du mouvement.
Potentiel newtonien; états liés, états de diffusion.	On se limitera à l'étude du mouvement des planètes et de l'expérience de Rutherford en se bornant aux résultats essentiels. L'étude générale du champ de pesanteur terrestre est hors programme.
Potentiel harmonique.	
Oscillateur amorti, oscillations forcées, résonance.	L'étude des oscillateurs sera l'occasion d'étudier la stabilité de l'équilibre et de faire ressortir la notion de puits de potentiel. Cette étude pourra être faite parallèlement à celle des circuits parcourus par des courants sinusoïdaux, les analogies électromécaniques seront soulignées et serviront à mettre en relief la très grande portée physique des méthodes utilisées et des résultats obtenus. Les oscillateurs couplés sont hors programme.
4. RELATIVITÉ RESTREINTE.	
Relations entre masse, énergie, impulsion et vitesse pour une particule libre.	Les expressions relativistes seront admises sans démonstration. Toute question relative à un changement de référentiel est hors programme.
Conservation de l'énergie et de l'impulsion lors des chocs élastiques ou inélastiques entre particules.	Le calcul des seuils de réaction est hors programme.
5. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE dans un champ électrique ou dans un champ magnétique uniformes et indépendants du temps.	L'étude portera à la fois sur le cas de la mécanique newtonienne et sur celui de la mécanique relativiste (la relation $\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ avec $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ sera admise). Toutefois, dans ce dernier cas, et pour un champ électrique, on se limitera au seul mouvement rectiligne.

C) *ATOME*

Programme	*Commentaires*
1. STRUCTURE ATOMIQUE DE LA MATIÈRE.	
Électron, proton, neutron; le noyau, nombres Z, A, les isotopes; constante d'Avogadro, mole, masse atomique.	Seul un aspect descriptif est demandé. On insistera sur les ordres de grandeur.
2. QUANTIFICATION DE L'ÉNERGIE POUR LES SYSTÈMES LIÉS.	
a) Aspects expérimentaux de la quantification en physique atomique, moléculaire et nucléaire.	Le but de ce chapitre n'est pas d'introduire le formalisme de la mécanique quantique mais d'expliquer qualitativement l'origine de la quantification et l'influence des divers paramètres physiques entrant en jeu. On se limitera dans les illustrations du comportement ondulatoire de la matière à la présentation qualitative des expériences d'interférences et à la diffraction des particules (électrons, neutrons).
b) Atomes hydrogénoïdes et atomes à un électron.	
Difficultés d'une représentation classique.	
Explication qualitative de l'existence d'une valeur minimale pour l'énergie totale d'une particule dans un potentiel confinant, stabilité de la matière.	L'équation de Schrödinger n'est pas au programme. On n'introduira la notion de fonction d'onde que de façon descriptive, en soulignant comment la symétrie sphérique du problème mène à utiliser les nombres quantiques n, l, m. On insistera sur la relation entre ces nombres quantiques et les énergies correspondantes et sur les dégénérescences. Les connaissances indiquées dans cet alinéa ne sont pas exigibles des élèves.
Nombres quantiques n, l, m, notion de fonction d'onde d'espace $\Psi_{n/m}$ (r, θ, φ), probabilité de présence de l'électron pour un atome monoélectronique. Orbitales *s* et *p*.	Le modèle de Bohr est hors programme.
Introduction d'un quatrième nombre quantique: spin de l'électron.	On ne donnera aucune justification théorique de la notion de spin.

D1) *ÉLECTRICITÉ*

1. Charges et courants: charge élémentaire, distribution continue, densité de charge, densité de courant, conservation de la charge.

2. Loi de Coulomb. Champ électrostatique dans le vide. Potentiel électrostatique. Flux, théorème de Gauss. Expression générale du potentiel et du champ créés par une distribution de charges quelconque statique. Énergie potentielle d'interaction d'un système de charges ponctuelles.

Programme	*Commentaires*
3. Dipôle ; champ créé ; action d'un champ électrique uniforme.	Il s'agit ici d'un ensemble rigide de deux charges q et $-q$. Tout développement multipolaire est hors programme.
4. Conductibilité ; loi d'Ohm.	On se limitera à la conductibilité électrique des métaux. La théorie des bandes est hors programme.

D2) *CIRCUITS ÉLECTRIQUES LINÉAIRES*

Toute cette étude est limitée au régime permanent ou quasi stationnaire.

1. LOIS DE BASE.	
Lois de Kirchhoff (mailles et nœuds).	On fera ressortir le caractère fondamental de ces lois. La théorie générale des réseaux est hors programme.
2. ÉLÉMENTS DE CIRCUIT.	
Dipôles R, L et C ; sources de courant, de tension, indépendantes ou liées ; association d'éléments en série, en parallèle ; diviseur de courant, de tension.	Le formalisme matriciel des quadripôles est exclu. On insistera sur l'importance et la nécessité d'une convention d'orientation des courants et tensions. La notion d'inductance mutuelle est exclue à ce stade.
3. THÉORÈMES DE BASE ET MODÉLISATION.	
Théorème de superposition.	
Représentation de Norton, de Thévenin.	On mettra en évidence l'utilité de ces représentations pour ramener un circuit linéaire à l'un des circuits modèles précédemment étudiés. On indiquera, pour ces deux représentations, le dipôle équivalant à une source « éteinte ».
4. EXEMPLES D'APPLICATIONS ; RÉGIMES DE FONCTIONNEMENT.	
Régime continu.	
Régime sinusoïdal ; représentation complexe ; impédance ; puissance moyenne ; grandeurs efficaces ; facteur de puissance.	On rappellera la représentation de Fresnel. La notion de puissance réactive et le théorème de Boucherot ne sont pas au programme.
Réponse à une excitation en courant ou en tension.	On étudiera expérimentalement les configurations à deux éléments (R, C) ou (R, L) et au plus à trois éléments (R, L, C).
Réponse permanente sinusoïdale.	On introduira la notion de fonction de transfert : $H(j\omega) = G(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)}$.

Programme	*Commentaires*
	On fera effectuer des tracés expérimentaux en portant en abscisse ω en échelle logarithmique et, en ordonnée, $G(\omega)$ en échelle logarithmique et $\varphi(\omega)$ en échelle linéaire. La notion de décibels sera introduite ainsi que celle de fréquence de coupure f_c à -3 *db*. Le calcul sera effectué pour les circuits à deux éléments (R, C).
Réponse à un échelon : résolution de l'équation différentielle avec conditions initiales.	On fera effectuer des relevés expérimentaux de réponse $s(t)$. On montrera, uniquement pour les seuls circuits à deux éléments (R, C), que les caractéristiques fondamentales des courbes $s(t)$, $G(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ sont liées. Les élèves devront posséder une bonne maîtrise de ces concepts et outils afin de savoir effectuer le calcul d'un courant ou d'une tension dans un réseau à faible nombre d'éléments de manière efficace, c'est-à-dire par l'utilisation intelligente des théorèmes de base. Cette maîtrise est indispensable pour assimiler avec profit le paragraphe « circuits électroniques » dont on notera que certains aspects peuvent être traités simultanément avec cette partie du programme.

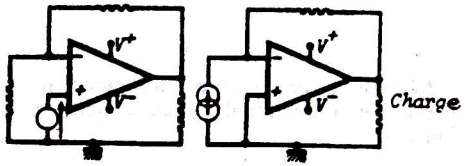
D3) *CIRCUITS ÉLECTRONIQUES*

Une épreuve écrite portant uniquement sur cette rubrique est exclue.

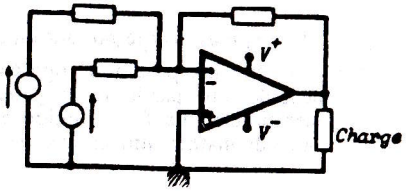
Les travaux pratiques apporteront une contribution fondamentale à l'enseignement de cette partie du programme qui repose sur la pratique de l'amplificateur opérationnel. La formalisation et les concepts seront développés par la suite en classe de mathématiques spéciales.

AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL.	
Amplificateur opérationnel idéal : défini comme un amplificateur de tension différentiel idéal de gain μ infini.	
Amplificateur opérationnel réel.	On distinguera les entrées inverseuse et non inverseuse. On se limitera au cas d'alimentation par tensions symétriques. Les limitations non linéaires et les causes de destructions seront évoquées à l'occasion des travaux pratiques.

Programme	*Commentaires*
Réalisation d'opérateurs « multiplication par une constante ».	Les circuits de base ci-dessous seront analysés en détail, d'abord dans le cas d'un amplificateur opérationnel idéal, puis en tenant compte de la valeur finie de μ dans le cas d'un amplificateur opérationnel réel.



	L'existence d'un décalage en sortie, l'influence de la valeur de la résistance de charge ou des résistances de la boucle de rétroaction seront observées en travaux pratiques.
Réalisation d'autres opérateurs linéaires à l'aide d'amplificateurs opérationnels : Inverseur et sommateur.	Les opérateurs mentionnés seront présentés en cours et réalisés en travaux pratiques. On discutera le schéma suivant :



Intégrateur avec remise à zéro par interrupteur.	On évoquera en travaux pratiques et sans développement le phénomène de dérive de la sortie en fonction du temps. Dans les exercices, on se limitera à des structures du premier ordre dérivées du circuit inverseur en remplaçant les résistances par les circuits R, C série ou parallèle.
Exemple d'opérateur non linéaire : comparateur.	

CHIMIE

Préambule

Le programme de chimie des classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales, dans sa nouvelle présentation, forme un ensemble cohérent réparti sur deux années. Il s'appuie sur les programmes du second degré dont la qualité et l'ambition sont à la mesure d'une solide formation scientifique ; ceci devrait éviter aux enseignants de consacrer un temps excessif aux notions déjà étudiées dans les années antérieures.

La préparation du concours d'admission aux grandes écoles scientifiques et aux écoles d'ingénieurs implique la connaissance de tout le programme, qui pourra donc faire l'objet de toutes questions aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Toute liberté est laissée au professeur pour l'étude des divers sujets. Pour les concours, les connaissances exigibles sont strictement limitées au programme et à ses commentaires.

L'esprit dans lequel ce programme a été rédigé consiste à faire précéder l'exposé des principes par un exposé préalable de faits concrets tirés de l'expérience et/ou de l'observation.

CLASSE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

A) *ATOMES ET CLASSIFICATION PÉRIODIQUE*

N.B. — *La structure atomique de la matière et l'atome à un électron sont traités dans le programme de physique, mais l'application éventuelle des connaissances correspondantes peut être exigée dans les épreuves de chimie.*

Programme	*Commentaires*
1. Atomes à plusieurs électrons ; principe de Pauli.	
2. La classification périodique des éléments.	On mettra en évidence les évolutions et les analogies dans les colonnes et les lignes, y compris pour les séries de transition.
a) Périodicité des propriétés : énergies d'ionisation, électro-affinités, rayons atomiques et rayons ioniques, notion d'électronégativité.	Aucune question de cours ne pourra être posée sur les définitions.
b) Évolution des propriétés chimiques.	On se limitera au caractère métallique, aux propriétés des composés oxy-hydrogénés et aux hydrures.

B) *THERMODYNAMIQUE : APPLICATION DU COURS DE PHYSIQUE*

1. Potentiel chimique.

a) Cas d'un corps pur.

b) Cas d'un constituant d'un mélange idéal de gaz parfaits ; état standard.

Programme	*Commentaires*
2. Variation élémentaire des grandeurs U, S, H, F, G.	
a) Dans le cas du changement d'état d'un corps pur; équilibre entre deux phases d'un corps pur, relation de Clapeyron.	
b) Dans le cas d'une réaction chimique entre constituants gazeux parfaits.	
3. Équilibre chimique. Loi « d'action des masses ».	On se limitera dans cette partie aux équilibres chimiques en phase gazeuse.

C) *CHIMIE DES SOLUTIONS AQUEUSES*

1. Étude structurale de l'eau: la molécule, structure, moment dipolaire; existence de la liaison hydrogène dans l'eau liquide et l'eau solide; conséquence sur la structure et les propriétés physiques du gaz, du liquide et du solide.	A l'aide de la structure géométrique de la molécule, on donnera une représentation de la structure électronique en liaisons localisées.
2. Diagramme d'état.	
3. L'eau liquide; permittivité relative, conductivité, ionisation, structure et mobilité du proton hydraté.	
4. Solutions aqueuses.	
a) L'eau solvant: solvatation et solvolyse; notion d'électrolyte fort et d'électrolyte faible; autodissociation de l'eau et produit ionique.	La constante K_a sera introduite comme elle l'a été dans le cours de terminale.
b) Équilibres et réactions ioniques en solution.	
1. Transfert de H^+: systèmes acide-base; constante pK_a; pH des solutions d'acides ou de bases; prévision des réactions acide-base; courbes de variation de pH au cours des titrages acide-base; effet tampon.	On ne décrira pas les phénomènes intervenant dans le fonctionnement de l'électrode de verre. Dans la partie consacrée à l'eau, l'étude de l'eau sera traitée avant l'étude des solutions aqueuses, celle-ci étant conduite en liaison avec les travaux pratiques. Les calculs effectués dans le cours seront précédés d'une analyse physico-chimique et porteront sur quelques exemples simples sans procéder à une étude exhaustive de tous les cas. Le calcul formel de pH n'est pas l'objet essentiel de la chimie des solutions. On se contentera de dégager sur les cas les plus simples l'idée d'approximation. Les situations plus complexes pourront faire l'objet de simulations numériques (en veillant toutefois à ne pas s'écarter de situations réalistes) associées à une vérification expérimentale en travaux pratiques.

Programme	*Commentaires*
2. Formation de complexe entre un cation métallique et des ligands: équilibres de formations de complexes, constante de stabilité, prévision des réactions.	
3. Précipitation de composés peu solubles: produit de solubilité, effet de l'ion commun, action du pH et de la complexation.	La constante de formation d'un complexe et le produit de solubilité seront introduits comme des relations caractérisant l'état d'équilibre du système.
4. Équilibres d'oxydo-réduction en solutions aqueuses.	On choisira quelques exemples d'oxydo-réduction qu'on interprétera en utilisant la formule de Nernst qui ne sera pas démontrée.

D) *CHIMIE ORGANIQUE*

1. Structure stérique des molécules.	On introduira les bases de la nomenclature en fonction des besoins du programme.
a) Formules brutes, développées; représentation perspective et représentation projective de Newman.	Les techniques de détermination des masses molaires sont hors programme.
b) Analyse conformationnelle: éthane, butane, cyclohexane.	Ces structures feront l'objet d'une séance de T.P.
c) Stéréo-isomérie géométrique; notation Z et E.	
d) Chiralité; énantiomérie; configuration absolue R ou S d'un atome de carbone asymétrique.	Les méthodes de séparation des énantiomères sont hors programme.
e) Exemples de molécules possédant un et deux atomes de carbones asymétriques. Diastéréo-isomérie.	Les autres types d'énantiomérie dans une molécule ne seront pas étudiés.
2. Les alcanes: exemples de substitution radicalaire en chaîne (chloration, bromation), étude du mécanisme.	On ne traitera pas d'autres exemples de substitution radicalaire.
3. Les dérivés monohalogénés des alcanes.	
a) Réactions de substitution nucléophile, mécanismes S_{N1} S_{N2}.	Les dérivés fluorés des alcanes ne sont pas au programme. Les notions de cinétique pourront être introduites à cette occasion.
b) Réactions d'élimination, mécanismes E_1 et E_2.	La règle de Saytsev ne sera pas justifiée.

E) *CINÉTIQUE CHIMIQUE*

1. Vitesse de réaction globale en réacteur fermé.	
a) Notion de vitesse de réaction globale; facteurs influençant la cinétique: concentration, température, catalyse; énergie d'activation.	

Programme	*Commentaires*
b) Notion expérimentale d'ordre : exemples de réactions avec ordre et de réactions sans ordre.	Les réactions d'ordre 1 et 2 seront particulièrement étudiées, notamment à propos d'exemples concrets.
2. Notion de mécanisme : décomposition d'une réaction globale en actes élémentaires ; molécularité de l'acte élémentaire ; étape déterminant la vitesse ; approximation de l'état stationnaire ; intermédiaires réactionnels : radicaux, ions positifs et négatifs.	On illustrera ces notions à l'aide d'exemples de réactions par stades ou de réactions en chaîne. Les mécanismes S_{N1} et S_{N2} seront présentés sur des exemples concrets pris dans le programme de chimie organique.

ENSEIGNEMENT DE LA CHIMIE

Note de service n° 87-315 du 8 octobre 1987

Texte adressé aux recteurs, aux inspecteurs d'académie et aux chefs d'établissement.

Il est rappelé aux professeurs de sciences physiques enseignant dans les classes de mathématiques supérieures que l'enseignement de la chimie doit être impérativement dispensé chaque semaine, tout au long de l'année scolaire.

L'enseignement doit être conforme aux programmes et instructions et en accord avec l'exposé des objectifs contenu dans l'annexe 1 de l'arrêté du 18 mai 1984.

Le programme de chimie correspond à un horaire annuel de :

Soixante-dix heures de cours et exercices ;
Trente heures de travaux pratiques.

A titre indicatif, l'horaire des cours et exercices peut être réparti suivant :

A) Atome et classification périodique : six heures ;
B) Thermodynamique (application du cours de physique) : seize heures ;
C) Chimie des solutions : vingt-deux heures ;
D) Chimie organique : quatorze heures ;
E) Cinétique chimique : douze heures.

Dans la partie consacrée à l'eau, l'étude de l'eau sera traitée avant l'étude des solutions aqueuses, celle-ci étant faite en liaison avec les travaux pratiques ; les calculs effectués dans le cours seront précédés d'une analyse physico-chimique et porteront sur quelques exemples simples sans faire une étude exhaustive et systématique de tous les cas.

Les travaux pratiques pourront comporter :

Deux séances sur les ions ;
Six séances sur les dosages volumétriques, potentiométriques et conductimétriques ;
Deux séances sur la cinétique ;
Une séance sur la thermochimie ;
Une séance sur les modèles moléculaires ;
Deux séances sur la chimie organique.

Classes de mathématiques spéciales MM' PP'

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

(Annexe II de l'arrêté du 16 septembre 1988)

LIGNES DIRECTRICES

I. PRÉSENTATION DES PROGRAMMES

Les programmes qui sont présentés ici se réfèrent aux lignes directrices définies dans l'annexe I; ils complètent les dispositions de l'arrêté du 17 juillet 1987 (publié au *B.O.E.N.* n° 33 du 24 septembre 1987), concernant les programmes des classes de mathématiques supérieures.

En particulier, il est rappelé que les programmes ont été conçus de manière à permettre aux écoles de *fixer les programmes de chaque concours dans la réunion du programme de mathématiques supérieures et de celui d'une seule des classes de mathématiques spéciales M, M', P, P'*. Les parties enseignées en mathématiques supérieures peuvent donc, sauf mention expresse du contraire dans le texte des programmes de deuxième année, figurer au programme des concours même si elles ne sont pas reprises dans les programmes de deuxième année. C'est à travers les activités de résolution d'exercices et de problèmes que seront consolidés les acquis de première année concernant ces points.

Les *travaux pratiques* jouent un rôle très important dans l'enseignement. Ils sont de deux sortes. *Les uns* mettent en œuvre des techniques classiques (notamment des algorithmes et des méthodes numériques) *dont la connaissance est exigible. Les autres,* qui portent la mention « *exemples de...* », visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée; la terminologie figurant dans leur libellé doit être connue des élèves, *mais aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos,* et toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves. En outre, les questions mathématiques concernées ne doivent faire l'objet d'aucune étude systématique.

La mention « *admis* » signifie que les conditions de validité et la portée du théorème visé doivent être connues des élèves mais que la démonstration n'est pas exigible.

Les élèves doivent savoir *utiliser une calculatrice scientifique programmable*, dans les conditions définies au chapitre 7 de l'annexe I.

Les notions d'algorithmique et de programmation figurant au programme d'informatique (défini dans l'annexe IV de l'arrêté du 17 juillet 1987) *peuvent intervenir dans les épreuves écrites ou orales de mathématiques.* Lors des épreuves écrites, les élèves peuvent rédiger les algorithmes soit en français soit en Pascal (tout autre langage de programmation est exclu); l'énoncé peut imposer qu'un programme (ou certaines de ses procédures) soit rédigé en Pascal.

II. ARTICULATION ENTRE LES PROGRAMMES DES QUATRE CLASSES

Cette articulation a été conçue en fonction d'un double objectif: respecter les finalités propres à chaque classe et fournir une solide base commune de connaissances et de capacités. Le premier de ces objectifs correspond à la diversité des

profils recherchés par les différentes écoles d'ingénieurs; le second vise à faciliter l'adaptation des élèves issus des différentes classes au sein d'une même école et à permettre l'organisation d'épreuves communes pour les concours d'entrée. En outre, il a été tenu grand compte des interactions avec l'enseignement des autres disciplines scientifiques.

C'est en fonction de ce triple souci qu'ont été définies les orientations suivantes:

— Les programmes des quatre classes sont identiques pour l'ensemble de la géométrie et ont de nombreux points communs en analyse (fonctions d'une variable réelle, suites et séries numériques, séries de fonctions, équations différentielles);

— Le programme M' contient le programme M. Il lui est identifique sur de nombreux chapitres essentiels; sur les autres points, la différence est marquée par le niveau d'approfondissement théorique ou l'ampleur du champ d'étude;

— Le programme P' contient le programme P. Il en diffère peu: les démonstrations de quelques résultats théoriques ne sont pas exigibles des élèves des classes P, et l'étude de quelques points du programme d'analyse et d'algèbre linéaire est plus approfondie en P'. Pour des raisons de commodité d'emploi, *les deux programmes sont présentés en un seul texte,* où les différences entre les deux classes sont expressément indiquées;

— L'articulation entre le programme M et le programme P' est plus complexe, et tient compte du fait que de nombreuses écoles recrutent à la fois sur ces deux programmes. De façon générale, le programme M est intermédiaire entre le programme M' et les programmes P, P', notamment pour l'algèbre linéaire et pour le cadre général d'étude des suites et des fonctions;

— Les quatre programmes insistent également sur la maîtrise des idées et des méthodes essentielles ainsi que sur la capacité à les mobiliser dans des contextes variés; c'est au niveau de l'approfondissement théorique et technique que les sections M, M' se distinguent des sections P, P'.

III. LIGNES DIRECTRICES

Les objectifs majeurs ont été définis dans l'annexe I. Les paragraphes ci-dessous précisent les lignes directrices des différentes parties des programmes des quatre classes de mathématiques spéciales.

a) En algèbre linéaire, il importe d'assurer un certain *équilibre* entre les aspects géométriques et les aspects numériques et matriciels, et de mettre en valeur l'articulation entre ces points de vue.

Les opérations élémentaires constituent un outil important aussi bien pour l'étude de problèmes théoriques que pour celle de problèmes matriciels numériques.

On observera que l'accent est mis sur les *espaces de dimension finie,* notamment pour la dualité, la réduction des endormophismes, et les formes quadratiques.

Les espaces vectoriels de dimension quelconque interviennent dans le cadre du programme d'analyse *(espaces de fonctions et de suites).* En particulier, il convient de relier l'étude des espaces euclidiens (et des espaces hermitiens en M') à celle des espaces préhilbertiens, en soulignant l'intérêt du langage et des méthodes géométriques en analyse.

La *réduction des endormorphismes* est au cœur du programme d'algèbre linéaire des quatre classes, vu l'importance de ses interventions dans l'ensemble du programme. En P et P', on traite essentiellement du cas diagonalisable; en M et M', on a voulu fournir quelques outils pour l'étude du cas général.

L'algèbre bilinéaire ne figure qu'au programme M': les deux objectifs essentiels sont la décomposition en carrés et la classification des formes quadratiques, et les généralités sont réduites au minimum; on notera que les groupes orthogonaux ne sont au programme que dans le cas des formes positives non dégénérées.

b) En classe de mathématiques spéciales, l'intérêt principal des *espaces vectoriels normés* est de fournir un *cadre efficace pour l'analyse* (étude des fonctions d'une ou plusieurs variables réelles, des suites et des séries de nombres ou de fonctions) et pour la géométrie différentielle. En M', s'ajoute une initiation aux idées de l'analyse fonctionnelle (espaces vectoriels normés de suites et de fonctions). En revanche, l'étude systématique des propriétés générales des espaces normés, de la compacité, de la complétude, de la connexité est en dehors du programme; il en est de même pour toute étude de topologie générale. On observera que la compacité n'est étudiée qu'en M, M' et P'; l'accent est mis sur l'aspect séquentiel, bien adapté aux besoins de l'analyse et d'un accès facile pour les élèves. En M', la propriété de Borel-Lebesgue fournit une technique de passage du local au global; en revanche l'étude systématique de la compacité à partir de cette propriété n'est pas un objectif du programme.

c) Pour l'ensemble du programme d'analyse, *la recherche d'hypothèses minimales est à éviter* tant pour les théorèmes que pour les exercices et les problèmes; il s'agit en effet de mettre en place des méthodes efficaces pour un ensemble assez large de situations usuelles. C'est ainsi que les hypothèses de régularité retenues pour les fonctions sont les classes C^k et C^k par morceaux et que l'objectif de la rubrique relative à *l'intégration* est d'arriver par une *voie économique* aux propriétés essentielles de l'intégrale des fonctions continues par morceaux.

Pour les *fonctions d'une variable réelle,* l'étude se place dans le cadre des fonctions à *valeurs complexes,* dont l'usage est maintenant constant aussi bien en mathématiques qu'en physique, et, plus généralement, des fonctions à *valeurs vectorielles* en vue de l'analyse linéaire, des systèmes différentiels et de la géométrie différentielle.

On a voulu mettre en valeur les *relations entre le calcul différentiel et le calcul intégral,* et notamment l'apport du calcul intégral pour l'étude globale et locale des fonctions (inégalité des accroissements finis, majorations tayloriennes, développements limités...).

L'étude qualitative et quantitative du *comportement asymptotique* de suites et de fonctions constitue un objectif important, aussi bien en mathématiques qu'en physique, en particulier dans le cas fréquent où un calcul explicite est impossible. C'est pourquoi le programme fournit des outils pour traiter de tels cas, notamment en M et M'. En revanche, la mise en forme théorique de la notion de développement asymptotique n'est pas au programme.

d) L'approximation des fonctions, les *séries de fonctions,* et les *intégrales dépendant d'un paramètre* jouent un rôle central en analyse et sont d'un emploi constant en physique. C'est principalement pour disposer d'un outil efficace pour ce type de questions que la convergence uniforme figure dans les quatre programmes. En liaison avec le programme de physique (phénomènes ondulatoires, électronique) des notions sur les *séries de Fourier* ont été introduites dans les quatre classes. Les théorèmes de convergence (admis) figurant au programme ont pour objet principal de permettre un travail sur des exemples. L'analogie avec le cas des espaces de dimension finie est mise en valeur (composantes d'un vecteur dans une base orthonormale, reconstitution du vecteur à partir de ces composantes, calcul du carré de la norme, projection orthogonale sur un sous-espace); mais la mise en forme de cette analogie à l'aide du concept de base hilbertienne est hors programme.

e) Le programme fait une large place aux *équations différentielles linéaires* (et, en M et M', aux *systèmes différentiels linéaires)* à un double titre: d'une part l'importance de leurs interventions dans l'ensemble des sciences mathématiques et physiques, d'autre part le rôle de charnière joué par ce secteur entre les grands axes du programme (algèbre linéaire, analyse, géométrie différentielle).

Pour les *équations différentielles non linéaires,* l'objectif essentiel est l'étude des cas figurant aux travaux pratiques et d'exemples issus de la géométrie ou de la mécanique du point; l'énoncé d'existence et d'unicité d'une solution maximale constitue un outil efficace pour cette étude.

Pour l'ensemble de ce chapitre, il convient de développer une *vision géométrique* des problèmes à travers l'étude des *courbes intégrales.*

f) Les *méthodes de l'analyse numérique* sont un élément important non seulement de la formation des ingénieurs, mais aussi de la formation proprement mathématique. C'est pourquoi le programme les associe étroitement aux problèmes mathématiques dont elles relèvent, mais on a voulu limiter les connaissances spécifiques exigibles dans ce domaine à un petit nombre de questions. Il s'agit en effet de mettre en valeur quelques idées et méthodes importantes, et non de développer une anthologie d'exemples classiques.

g) Pour les *fonctions de plusieurs variables*, on a voulu alléger l'étude des aspects théoriques au bénéfice d'une *compréhension intuitive des concepts* mis en jeu et d'une *bonne maîtrise des techniques usuelles* (calcul de dérivées partielles, recherche d'extrémums, changement de variables, recherche de potentiels scalaires, calcul d'intégrales doubles et triples). On se place sous des hypothèses fortes (classe C^1, classe C^k) et, sauf en M', dans le cadre des espaces $\mathbb{R}^n$ (et non dans un cadre intrinsèque).

En vue d'étudier les problèmes de changement de variables dans le cas, fréquent en pratique, où l'on ne dispose pas d'expression explicite pour l'application réciproque, un énoncé d'inversion globale des fonctions injectives de classe C^1 figure au programme des quatre classes. Le théorème des fonctions implicites est placé dans le cadre des exemples issus de la géométrie, et se limite à ce cadre en M, P et P'.

h) En *géométrie,* le programme marque un équilibre entre les différentes *méthodes de description des courbes et surfaces* (équations cartésiennes, représentations paramétriques). Les généralités sont réduites au minimum et ont pour objectif principal de permettre un travail efficace sur des exemples; cependant, toute érudition concernant les exemples de courbes et de surfaces figurant au programme est à éviter. Comme en classe de mathématiques supérieures, les *constructions de courbes* sont à rattacher autant que possible à des problèmes d'origine géométrique ou mécanique: les notions du programme sur les enveloppes de droites et sur les courbes tracées sur une surface enrichissent le champ des problèmes étudiés. L'emploi des *coordonnées curvilignes* est fréquent en géométrie différentielle et en physique: c'est par l'étude de quelques exemples significatifs que cette question est abordée. Dans l'ensemble de la géométrie, les *réprésentations graphiques* des courbes et des surfaces doivent tenir une place importante, en liaison avec la physique (lignes de champ, lignes et surfaces de niveau). *L'analyse de la forme des surfaces* à l'aide de familles de sections planes et la description de modes de génération de surfaces est très formatrice pour développer la maîtrice des objets de l'espace. L'emploi des ordinateurs fournit un outil puissant pour ces questions.

IV. IMPACT DE L'INFORMATIQUE

En relation avec *l'introduction d'un programme d'informatique,* le champ des *activités algorithmiques* a été enrichi et les capacités exigibles en ce domaine sont précisées.

Pour organiser le travail des élèves dans ce domaine, il convient d'exploiter de manière coordonnée les travaux dirigés de mathématiques, le travail personnel des élèves et les interrogations orales d'informatique.

a) Le champ des algorithmes étudiés porte uniquement sur des algorithmes de type numérique et algébrique (à l'exclusion notamment des algorithmes liés à la combinatoire et à l'organisation de données).

b) Les *travaux pratiques* donnant lieu à des activités algorithmiques *sont repérés par le signe* § *placé en marge.* Ces travaux pratiques, comme les autres, sont de deux sortes:

Si le mot « *algorithme* » est mentionné, la connaissance de la méthode, la mise en forme de l'algorithme et sa mise en œuvre (sur ordinateur ou sur calculatrice selon les cas) sont *exigibles*;

Dans tout autre cas, aucune connaissance spécifique sur les algorithmes relatifs au problème considéré et sur la comparaison de leur performance *n'est exigible* des élèves, et toutes les indications nécessaires doivent être données.

c) Les *algorithmes exigibles* des élèves sont en *nombre très restreint.* En effet, toute anthologie dans ce domaine irait à l'encontre de la qualité de l'enseignement. Il paraît plus formateur d'entraîner les élèves à combiner, sur des exemples simples, des outils logiciels dont la fonction est clairement indiquée en vue de résoudre un problème donné.

d) Aucune connaissance théorique sur la notion d'algorithme n'est au programme. Aucune connaissance n'est exigible sur les techniques de preuve des programmes.

CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M

ANALYSE

I. ESPACES VECTORIELS NORMÉS

Les applications étudiées dans ce chapitre sont définies sur une partie d'un espace vectoriel normé et à valeurs dans un autre.

1. Normes sur un espace vectoriel réel ou complexe

Norme, distance associée, boules. Parties bornées, diamètre d'une partie. Distance d'un point à une partie. Applications lipschitziennes. Produit d'une famille finie d'espaces normés.

2. Suites et fonctions

a) Voisinages d'un point d'un espace vectoriel normé, ouverts, fermés; adhérence, intérieur et frontière d'une partie, parties denses, points isolés, points d'accumulation.

Distance induite sur une partie; voisinages d'un point, ouverts et fermés d'une partie.

b) Limite d'une application suivant une partie, continuité en un point. Applications continues; image réciproque d'un ouvert, d'un fermé par une application continue. Continuité d'une application composée.

Applications uniformément continues.

Relations de comparaison en un point: prépondérance et équivalence; notations $f = o(g)$, $f \ll g$ et $f \sim g$. Opérations algébriques sur les limites. Algèbre des fonctions numériques continues.

Algèbre des fonctions polynomiales sur $\mathbb{R}^n$ ou $\mathbb{C}^n$, base canonique de cette algèbre.

c) Suites convergentes, divergentes.

Caractérisation des points adhérents et des applications continues à l'aide de suites.

d) Caractérisation des applications linéaires continues, norme d'une application linéraire continue. Normes équivalentes.

3. Espaces vectoriels de dimension finie

a) Équivalence des normes (admise). Toute suite de Cauchy est convergente. De toute suite bornée, on peut extraire une suite convergente. Continuité des applications linéaires et multilinéaires.

Théorème du point fixe pour les contractions d'une partie fermée.

Critère de Cauchy pour les applications (existence d'une limite en un point).

b) Séries convergentes, divergentes, absolument convergentes (c'est-à-dire telles que $\Sigma \|u_n\| < +\infty$). Critère de Cauchy pour la convergence d'une série, convergence des séries absolument convergentes.

c) Définition (séquentielle) des parties compactes. Les parties compactes sont les parties fermées bornées.

Image continue d'un compact, application aux fonctions numériques. Continuité uniforme d'une application continue sur un compact (admise).

4. Espaces préhilbertiens réels ou complexes

Produit scalaire (dans le cas complexe, linéaire à droite, semi-linéaire à gauche), inégalité de Cauchy-Schwarz, norme, identité du parallélogramme. Théorème de Pythagore. Famille orthonormale, méthode de Schmidt. Existence d'une base orthonormale dans un espace de dimension finie. Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, distance à un tel sous-espace.

5. Suites d'applications a valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie

Convergence simple, convergence uniforme sur une partie.

Continuité et limite d'une application définie comme limite d'une suite uniformément convergente.

Critère de Cauchy de convergence uniforme.

Travaux pratiques

Exemples d'espaces vectoriels normés de matrices, de suites et de fonctions; exemples d'applications linéaires continues ou discontinues. Exemples de calcul et de comparaison de normes (espaces de matrices, de suites, de fonctions).

Étude de problèmes (en particulier géométriques) d'existence d'extrémums par compacité (uniquement en dimension finie).

Exemples d'étude et d'emploi de suites de polynômes orthogonaux.

Exemples de calcul de la projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, de la distance à un tel sous-espace.

II. FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE: CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Les fonctions étudiées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle et à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ *ou* $\mathbb{C}$.

1. Approximation des fonctions sur un segment

Approximation uniforme des fonctions continues par morceaux par des fonctions en escalier, approximation uniforme des fonctions continues par des fonctions continues affines par morceaux.

2. Dérivation

a) Opérations algébriques sur les dérivées, expression de la dérivée d'une fonction de la forme B (f, g), où B est une application bilinéaire.

b) Fonctions de classe C^k (k entier naturel ou k infini). Si deux fonctions sont de classe C^k, leur composée l'est encore. Caractérisation des C^k-difféomorphismes parmi les fonctions de classe C^k ($k \geqslant 1$).

Définition des fonctions de classe C^k par morceaux: une fonction f (non nécessairement continue) est dite de classe C^k par morceaux sur un segment $[a, b]$ s'il existe une suite strictement croissante $a_0 = a, a_1, \ldots a_n = b$ telle que la restriction de f à chacun des $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable en une fonction de classe C^k sur $[a_i, a_{i+1}]$. Elle est dite de classe C^k par morceaux sur un intervalle quelconque si sa restriction à tout segment est de classe C^k par morceaux.

3. Intégration sur un segment

Le programme n'impose pas le choix d'un mode de présentation de l'intégration; le cadre retenu doit contenir celui des fonctions continues par morceaux et peut se limiter à elles. Aucune connaissance sur les fonctions réglées et sur les fonctions intégrables (au sens de Riemann ou de Lebesgue) n'est au programme.

a) Linéarité de l'intégrale.

Si $a \leqslant b$, $\| \int_a^b f(t)\, dt \| \leqslant \int_a^b \| f(t) \|\, dt$

(inégalité admise).

Pour les fonctions à valeurs réelles: positivité de l'intégrale.

Pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes: inégalité de Cauchy-Schwarz.

b) Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration. Sommes de Riemann d'une fonction continue; convergence de ces sommes.

c) Primitives d'une fonction continue sur un intervalle. Intégration par parties, changement de variable.

d) Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe C^1 sur un segment $[a, b]$. Caractérisation des fonctions constantes et des fonctions lipschitziennes sur un intervalle. Si f est continue sur $[a, b]$ et de classe C^1 sur $]a, b]$ et si f' admet une limite en a, alors f est de classe C^1 sur $[a, b]$.

4. Formule de Taylor

Formule de Taylor à l'ordre p avec reste intégral pour une fonction de classe C^{p+1}; inégalité de Taylor-Lagrange.

Intégration des développements limités. Théorème de Taylor-Young (existence d'un développement limité d'ordre p pour une fonction de classe C^p).

5. Intégrales dépendant d'un paramètre

a) Passage à la limite uniforme dans les intégrales de fonctions continues sur un segment; application à la dérivation de la limite d'une suite de fonctions de classe C^1.

b) Continuité des fonctions de la forme $x \mapsto \int_a^b f(x, t)\, dt$, où f est continue sur $A \times [a, b]$, où A est une partie de $\mathbb{R}^p$. Lorsque A est un intervalle: dérivation d'une telle fonction si en outre $\frac{\partial f}{\partial x}$ est continue, intégration sur un segment contenu dans A (théorèmes admis).

6. Intégrales impropres

a) Intégrales convergentes, divergentes, absolument convergentes. Critère de Cauchy; convergence d'une intégrale absolument convergente.

b) Intégrales de fonctions positives. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence. Intégration des relations de prépondérance et d'équivalence au voisinage de $+\infty$: cas des intégrales convergentes, cas des intégrales divergentes.

Travaux pratiques

Exemples d'étude locale et d'étude asymptotique de fonctions.

Exemples de recherche d'extrémums; application à l'obtention de majorations uniformes.

Exemples d'approximation polynomiale uniforme d'une fonction.

§ Algorithmes de calcul de valeurs approchées d'intégrales: méthode des trapèzes, méthode de Simpson (aucune connaissance n'est exigible sur l'estimation de la précision).

Exemples d'étude de la convergence d'intégrales impropres. Exemples d'emploi de l'intégration par parties pour l'étude des intégrales impropres.

Exemples de calcul (exact ou approché) d'intégrales et d'intégrales impropres.

Exemples de passage à la limite dans les intégrales impropres.

Exemples d'étude de fonctions définies par des intégrales.

III. SÉRIES

Les premières notions sur les séries ont été données dans le cadre des espaces normés de dimension finie (cf. 1-3).

1. Séries de nombres réels ou complexes

a) Séries à termes positifs. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence. Sommation des relations de prépondérance et d'équivalence: cas des séries convergentes, cas des séries divergentes. Comparaison à une série géométrique; utilisation de $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n}$ (règle de d'Alembert). Comparaison à une intégrale impropre. Convergence des séries de Riemann; comparaison à une série de Riemann.

b) Séries alternées. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro; majoration du reste.

c) Somme de deux séries, produit d'une série par un scalaire. Série produit de deux séries absolument convergentes ($w_n = \sum_{p+q=n} u_p v_q$) (admis).

Toute autre règle de convergence, notamment celle de Cauchy (concernant $\sqrt[n]{u_n}$), d'Abel, de Raabe-Duhamel, est hors programme.

2. Séries de fonctions

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont à valeurs réelles ou complexes.

a) Convergence simple, convergence uniforme sur un ensemble d'une série de fonctions; convergence normale (pour la norme uniforme).

b) Continuité et limite de la somme d'une série uniformément convergente. Intégration terme à terme d'une série uniformément convergente de fonctions continues sur un segment; application à la dérivation terme à terme d'une série de fonctions de classe C^1.

3. Séries entières

Les coefficients des séries entières considérées dans ce paragraphe sont réels ou complexes.

a) Séries entières d'une variable complexe: rayon de convergence, disque (ouvert) de convergence, convergence normale sur tout compact du disque de convergence.

b) Séries entières d'une variable réelle: intégration et dérivation terme à terme dans l'intervalle (ouvert) de convergence.

Développement en série entière de e^x, $\ln(1+x)$ et $(1+x)^\alpha$, où α est réel.

c) Définition de $\exp z$ (ou e^z), $\cos z$ et $\sin z$ pour z complexe. Exponentielle d'une somme, extension des formules de trigonométrie.

4. Séries de Fourier

a) Espace vectoriel D des fonctions à valeurs complexes 2π-périodiques continues par morceaux sur $\mathbb{R}$ et dont la valeur en tout point est la demi-somme de la limite à droite et de la limite à gauche en ce point. Intégrale sur une période.

Produit scalaire $(f, g) \mapsto \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t)\, \overline{g(t)}\, dt$: norme associée. Les fonctions $e_n : t \mapsto e^{int}$, où n parcourt Z, forment une famille orthonormale; coefficients de Fourier d'une fonction f appartenant à D (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus), sommes partielles $S_n(f) = \sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e_k$ de la série de Fourier d'une telle fonction. Cas des fonctions T-périodiques.

b) Pour tout élément f de D, les sommes partielles $S_n(f)$ convergent vers f dans l'espace D (théorème admis). Formule de Parseval: expression du carré de la norme d'un élément de D à l'aide des coefficients de Fourier.

c) Théorème de Dirichlet (admis): pour un élément f de D de classe C^1 par morceaux, convergence de $\sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e^{ikx}$ vers $f(x)$.

Convergence normale de la série de Fourier d'une fonction continue et de classe C^1 par morceaux (admis).

Travaux pratiques

Exemples d'utilisation d'un développement asymptotique du terme général pour l'étude de la convergence d'une série.

Pour une série à termes positifs, exemples d'encadrements du reste d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente.

§ Exemples de recherche de valeurs approchées de la somme d'une série convergente.

Exemples d'étude de séries matricielles.

Exemples d'étude de fonctions définies par des séries.

Exemples de recherche de développements en série entière ou en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

§ Exemples d'utilisation de tels développements pour obtenir des valeurs approchées d'une fonction.

Exemples d'emploi de séries entières pour la recherche de solutions d'équations différentielles.

IV. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

1. Systèmes linéaires d'ordre 1

a) *Systèmes de deux équations d'ordre 1.*

Écriture matricielle $X' = A(t)\ X + B(t)$ où A (respectivement B) désigne une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans M_2 ($\mathbb{C}$) (respectivement $\mathbb{C}^2$). Existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy (théorème admis). Dimension de l'espace vectoriel des solutions sur I de l'équation $X' = A(t)\ X$. Méthode de variation des constantes.

b) *Systèmes linéaires à coefficients constants.*

Étude du système $X' = AX$, où A est une matrice à éléments réels ou complexes, par réduction de A à une forme diagonale ou triangulaire; résolution du problème de Cauchy.

2. Équations linéaires scalaires d'ordre 2

Équation $x'' + a(t)\ x' + b(t)\ x = c(t)$, où a, b, c, sont continues sur I à valeurs réelles ou complexes. Système d'ordre 1 associé, étude du problème de Cauchy. Solutions de l'équation sans second membre, méthode de variation des constantes. Expression des solutions dans le cas où l'on connaît une solution de l'équation sans second membre associée ne s'annulant pas sur I.

3. Notions sur les équations non linéaires

Solutions d'une équation différentielle $x' = f(t, x)$, (resp. $x'' = f(t, x, x')$), où f est de classe C^1 sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ (resp. de $\mathbb{R}^3$). Existence et unicité d'une solution maximale du problème de Cauchy; son intervalle de définition est ouvert (théorème admis).

Travaux pratiques

Pratique de la résolution de l'équation $X' = AX$, où A est une matrice à éléments réels ou complexes (par réduction de A à une forme diagonale ou triangulaire).

§ Algorithme de recherche de solutions approchées d'une équation différentielle scalaire d'ordre 1 par la méthode d'Euler.

Résolution des équations des types suivants (en liaison avec la géométrie): équation associée à une forme différentielle exacte, équation à variables séparables, équation homogène $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

Exemples d'emploi de changements de variable ou de fonction (en liaison avec des propriétés d'invariance) et d'emploi de paramétrages.

Exemples d'étude de problèmes issus de la mécanique ou de la physique conduisant à une équation différentielle du premier ou du second ordre.

§ Exemples de recherche des courbes intégrales d'un champ de vecteurs dans le plan.

§ Exemples d'étude qualitative des courbes intégrales d'une équation différentielle scalaire.

V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES

1. Calcul différentiel

L'objectif est d'aboutir à une bonne maîtrise de quelques problèmes usuels à partir d'un minimum *d'outils théoriques. En particulier, la notion d'application différentiable est hors programme et, comme en première année, les applications de classe C^1 seront définies à partir des dérivées partielles.*

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^n$.

a) Application de classe C^1 (ou continûment différentiable), différentielle, matrice jacobienne, jacobien. Si deux applications sont de classe C^1, leur composée l'est encore; difféomorphismes. Matrice jacobienne d'une application composée ou d'une application réciproque (les applications considérées étant de classe C^1). Caractérisation des difféomorphismes parmi les applications injectives de classe C^1 (théorème admis).

b) Définition des applications de classe C^k sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ (k entier naturel ou k infini). Si deux applications sont de classe C^k, leur composée l'est encore (admis), définition des C^k, difféomorphismes ($k \geqslant 1$).

c) Sur un ouvert convexe, inégalité des accroissements finis pour une fonction numérique de classe C^1, caractérisation des fonctions constantes.

d) Points critiques d'une fonction numérique de classe C^1; condition nécessaire d'existence d'un extrémum local.

Pour une fonction numérique de classe C^2 sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$: formule de Taylor-Young ; étude de l'existence d'un extrémum local en un point critique où $rt - s^2 \neq 0$.

2. Calcul intégral

Les acquis de première année concernant les intégrales doubles et triples seront consolidés à travers la pratique d'exercices et de problèmes.

Aucune difficulté théorique ne peut être soulevée sur la notion de forme différentielle.

Intégrale curviligne d'une forme différentielle de degré 1 continue sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$. Primitives d'une telle forme. Condition nécessaire et suffisante d'existence d'une primitive pour une forme de classe C^1 sur un ouvert étoilé (admis). Interprétation en termes de champs de vecteurs.

Travaux pratiques

Calculs de dérivées partielles.

Exemples de recherche d'extrémums locaux ou globaux.

Exemples de recherche de solutions d'équations aux dérivées partielles par séparation ou changement de variables.

Exemples de calcul d'intégrales curvilignes et de recherche d'un potentiel scalaire pour un champ de vecteurs.

Calculs d'intégrales doubles ou triples.

Exemples de calcul d'aires (planes ou non) et de volumes. Exemples de calcul d'intégrales de surface.

Les calculs de flux sont hors programme.

ALGÈBRE

L'arithmétique ne peut constituer le ressort principal d'une épreuve écrite ou orale. En ce qui concerne les groupes et les polynômes à une indéterminée, l'objectif est de consolider les acquis de première année à travers la pratique d'exercices et de problèmes et non de reprendre l'étude de ces notions.

Les élèves doivent connaître la définition du noyau et de l'image d'un morphisme de groupe.

I. ALGÈBRE LINÉAIRE ET MULTILINÉAIRE

Dans ce chapitre, le corps de base est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

1. Dualité des espaces vectoriels de dimension finie

Bases associées d'un espace E et de son dual E*. Orthogonal dans E* d'une partie de E, orthogonal dans E d'une partie de E*; dimension de l'orthogonal, double orthogonal.

2. Calcul matriciel et systèmes d'équations linéaires

Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice; interprétation en termes de produits matriciels. Application à la recherche du rang d'une matrice, à la résolution des systèmes linéaires, à la recherche de l'inverse d'une matrice carrée, au calcul des déterminants.

3. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

a) Sous-espaces stables par un endomorphisme. Si u et v commutent, Im u et Ker u sont stables par v. Polynômes d'un endomorphisme; théorème de décomposition des noyaux: si P et Q sont premiers entre eux,

$$\text{Ker PQ}\,(u) = \text{Ker P}\,(u) \oplus \text{Ker Q}\,(u).$$

b) Valeurs propres d'un endomorphisme, sous-espaces propres, vecteurs propres. La somme de n sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

c) Réduction d'un endomorphisme en dimension finie.

Étant donné des sous-espaces $F_1, F_2, \ldots F_r$ dont E est somme directe, caractérisation matricielle des endomorphismes de E stabilisant les sous-espaces F_j; déterminant d'un tel endomorphisme.

Polynôme caractéristique, ordre de multiplicité d'une valeur propre. Théorème de Cayley-Hamilton (admis).

Endomorphismes diagonalisables; l'espace est somme directe des sous-espaces propres. Tout endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et a toutes ses racines simples est diagonalisable. Pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable, il faut et il suffit qu'il annule un polynôme scindé dont toutes les racines sont simples.

Pour tout endomorphisme u dont le polynôme caractéristique est scindé, il existe une base telle que la matrice associée à u dans cette base soit triangulaire supérieure.

d) Valeurs propres d'une matrice carrée, vecteurs (colonnes) propres. Diagonalisation et mise sous forme triangulaire des matrices carrées.

Aucune autre connaissance n'est exigible des élèves sur la réduction des endomorphismes et des matrices; en particulier, les notions de sous-espace caractéristique et de polynôme minimal et la réduction de Jordan sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples d'emploi de décompositions en blocs (produits, matrices diagonales par blocs ou triangulaires par blocs).

Exemples d'étude de matrices ou d'endomorphismes qui annulent un polynôme.

Exemples de réduction à la forme diagonale ou triangulaire de matrices carrées sur $\mathbb{C}$ ou sur $\mathbb{R}$.

§ Exemples d'étude du comportement des puissances n-ièmes d'une matrice et d'étude de suites numériques satisfaisant à une relation de récurrence linéaire à coefficients constants.

II. ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

(Cf. Analyse 1-4. Espaces préhilbertiens réels ou complexes.)

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont de dimension finie sur $\mathbb{R}$.

1. Géométrie des espaces euclidiens

a) Adjoint d'un endomorphisme, matrice associée dans une base orthonormale. Endomorphismes symétriques (ou autoadjoints).

b) Automorphismes orthogonaux, groupe orthogonal O(E), groupe spécial orthogonal SO(E) (rotations).

Matrices orthogonales, groupes O(n) et SO(n). Changement de base orthogonale.

2. Réduction des endomorphismes symétriques

Réduction d'un endomorphisme symétrique dans une base orthonormale. Diagonalisation d'une matrice symétrique au moyen d'une matrice orthogonale.

Définition d'une forme quadratique: application de la forme $x \mapsto B\,(x, x)$ où B est une forme bilinéaire symétrique. Endomorphisme symétrique associé; réduction dans une base orthonormale. Définition des formes quadratiques définies positives.

Aucune autre connaissance sur les formes quadratiques n'est exigible des élèves. Les notions de vecteur isotrope, de rang et de signature sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples de réduction d'endomorphismes et de matrices en base orthonormale.

En dimension trois: équation réduite des quadriques ayant pour centre l'origine, axes.

GÉOMÉTRIE

1. Courbes paramétrées en dimension 2 ou 3

Comme en première année, l'étude théorique est placée dans des hypothèses de régularité très larges.

a) Étude locale d'une courbe paramétrée: position de la courbe par rapport à une droite (dimension 2), par rapport à un plan (dimension 3).

b) Enveloppe d'une famille de droites dans le plan, donnée par une équation $a\,(t)\,x + b\,(t)\,y + c\,(t) = 0$, sur un intervalle où $ab' - ba'$ ne s'annule pas.

Développée, développantes d'une courbe plane.

Dans l'espace, l'étude du repère de Frenet et la torsion sont hors programme.

2. Courbes et surfaces

Dans ce paragraphe, les courbes du plan et de l'espace et les surfaces sont définies par paramétrages et par équations cartésiennes. Aucune difficulté ne peut être soulevée sur l'équivalence de ces définitions.

Toutes les formes du théorème des fonctions implicites utiles pour traiter ce paragraphe sont admises.

a) En un point régulier: tangente à une courbe, plan tangent à une surface; plan normal, normale. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.

Position d'une surface donnée par $z = f\,(x, y)$ par rapport au plan tangent en un point où $rt - s^2 \neq 0$.

b) Description des cylindres (génératrices, sections droites), des cônes (sommet, génératrices), des surfaces de révolution (axe, méridiennes, parallèles). Plans tangents aux surfaces précédentes. Description des quadriques à partir de leurs équations réduites en repère orthonormal (ellipsoïde, hyperboloïde à une nappe, hyperboloïde à deux nappes, paraboloïde elliptique, paraboloïde hyperbolique).

Travaux pratiques

Emploi des coordonnées polaires, cylindriques et sphériques.

Emploi d'un repère mobile pour le calcul de la dérivée d'une fonction vectorielle.

Exemples de recherche de courbes planes ou de courbes d'une surface satisfaisant à une condition différentielle.

§ Exemples de recherche d'enveloppes de droites dans le plan.

Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages ou de mise en équation dans un repère adéquat.

§ Exemples de représentation d'une surface à l'aide de projections sur des plans de coordonnées ou à l'aide de familles de sections planes.

CLASSE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M'

ANALYSE

I. ESPACES VECTORIELS NORMÉS

Les applications étudiées dans ce chapitre sont définies sur une partie d'un espace vectoriel normé et à valeurs dans un autre.

1. Normes sur un espace vectoriel réel ou complexe

Norme, distance associée, boules. Parties bornées, diamètre d'une partie. Distance d'un point à une partie. Applications lipschitziennes. Produit d'une famille finie d'espaces normés.

2. Suites et fonctions

a) Voisinages d'un point d'un espace vectoriel normé, ouverts, fermés; adhérence, intérieur et frontière d'une partie, parties denses, points isolés, points d'accumulation.

Distance induite sur une partie; voisinages d'un point, ouverts et fermés d'une partie.

b) Limite d'une application suivant une partie, continuité en un point. Applications continues; caractérisation des applications continues par image réciproque des ouverts, des fermés. Continuité d'une application composée, homéomorphismes.

Applications uniformément continues.

Relations de comparaison en un point: prépondérance et équivalence. Notations $f = o(g)$, $f \ll g$ et $f \sim g$. Opérations algébriques sur les limites. Algèbre des fonctions numériques continues.

Algèbre des fonctions polynomiales sur $\mathbb{R}^n$ ou $\mathbb{C}^n$, base canonique de cette algèbre.

c) Suites convergentes, divergentes; suites extraites, valeurs d'adhérence.

Caractérisation des points adhérents et des applications continues à l'aide de suites.

d) Caractérisation des applications linéaires continues, norme d'une application linéaire continue. Normes équivalentes.

3. Parties compactes

Définition (séquentielle) d'une partie compacte.

Compacité du produit d'une famille finie de parties compactes.

Les parties compactes de $\mathbb{R}^n$ et de $\mathbb{C}^n$ sont les parties fermées bornées.

Image continue d'un compact, application aux fonctions numériques. Continuité uniforme d'une fonction continue sur un compact.

Caractérisation des parties compactes par la propriété de Borel-Lebesgue (admise).

4. Espaces vectoriels normés complets

a) Suites de Cauchy, espaces complets; $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{C}^n$ sont complets. Parties complètes; les parties complètes d'un espace complet sont les parties fermées. Théorème du point fixe pour les contractions d'une partie complète.

Critère de Cauchy pour les applications à valeurs dans un espace de Banach (existence d'une limite en un point).

b) Séries d'éléments d'un espace vectoriel normé: Séries convergentes, divergentes, absolument convergentes (c'est-à-dire telles que $\Sigma \| u_n \| < +\infty$). Dans un espace de Banach, critère de Cauchy pour la convergence d'une série, convergence des séries absolument convergentes.

5. Espaces vectoriels de dimension finie

Équivalence des normes: caractérisation des parties compactes et des parties complètes, continuité des applications linéaires et multilinéaires.

6. Espaces préhilbertiens réels ou complexes

Produit scalaire (dans le cas complexe, linéaire à droite, semi-linéaire à gauche), inégalité de Cauchy-Schwarz, norme, identité du parallélogramme. Théorème de Pythagore. Famille orthonormale, méthode de Schmidt. Existence d'une base orthonormale dans un espace de dimension finie. Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, distance à un tel sous-espace.

7. Suites d'applications a valeurs dans un espace de Banach

Convergence simple, convergence uniforme sur une partie.

Continuité et limite d'une application définie comme limite d'une suite uniformément convergente.

Critère de Cauchy de convergence uniforme. L'espace des applications bornées d'un ensemble dans un espace de Banach, muni de la norme uniforme, est complet. Il en est de même pour l'espace vectoriel normé des applications linéaires continues d'un espace normé dans un espace de Banach.

8. Notions sur la connexité

Parties connexes; les parties connexes de $\mathbb{R}$ sont les intervalles. Image d'une partie connexe par une application continue. Théorème des valeurs intermédiaires. Connexité par arcs; elle implique la connexité et, dans le cas d'un ouvert d'un espace vectoriel normé, elle lui équivaut.

Travaux pratiques

Exemples d'espaces vectoriels normés, complets ou non, de suites et de fonctions; exemples d'applications linéaires continues ou discontinues. Exemples de calcul et de comparaison de normes (espaces de matrices, de suites, de fonctions).

Étude de problèmes (en particulier géométriques) d'existence d'extrémums par compacité (uniquement en dimension finie).

Exemples d'étude et d'emploi de suites de polynômes orthogonaux.

Exemples de calcul de la projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, de la distance à un tel sous-espace.

II. FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE: CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Les fonctions étudiées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle et à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ *ou sur* $\mathbb{C}$.

1. Approximation des fonctions sur un segment

Approximation uniforme des fonctions continues par morceaux par des fonctions en escalier, approximation uniforme des fonctions continues par des fonctions continues affines par morceaux.

2. Dérivation

a) Opérations algébriques sur les dérivées, expression de la dérivée d'une fonction de la forme B (f, g), où B est une application bilinéaire.

b) Fonctions de classe C^k (k entier naturel ou k infini). Si deux fonctions sont de classe C^k, leur composée l'est encore. Caractérisation des C^k-difféomorphismes parmi les fonctions de classe C^k ($k \geqslant 1$).

Définition des fonctions de classe C^k par morceaux: une fonction f (non nécessairement continue) est dite de classe C^k par morceaux sur un segment $[a,b]$ s'il existe une suite strictement croissante $a_0 = a, a_1, \ldots a_n = b$ telle que la restriction de f à chacun des $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable en une fonction de classe C^k sur $[a_i, a_{i+1}]$; elle est dite de classe C^k par morceaux sur un intervalle quelconque si sa restriction à tout segment est de classe C^k par morceaux.

3. Intégration sur un segment

Le programme n'impose pas le choix d'un mode de présentation de l'intégration; le cadre retenu doit contenir celui des fonctions continues par morceaux et peut se limiter à elles. Aucune connaissance sur les fonctions réglées et sur les fonctions intégrables (au sens de Riemann ou de Lebesgue) n'est au programme.

a) Linéarité de l'intégrale.

Si $a \leqslant b$, $\| \int_a^b f(t)\, dt \| \leqslant \int_a^b \| f(t) \| \, dt$

(inégalité admise).

Pour les fonctions à valeurs réelles: positivité de l'intégrale.

Pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes: inégalité de Cauchy-Schwarz.

b) Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration. Sommes de Riemann d'une fonction continue; convergence de ces sommes.

c) Primitives d'une fonction continue sur un intervalle. Intégration par parties, changement de variables.

d) Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe C^1 sur un segment $[a,b]$. Caractérisation des fonctions constantes et des fonctions lipschitziennes sur un intervalle. Si f est continue sur $[a,b]$ et de classe C^1 sur $]a,b]$ et si f' admet une limite en a, alors f est de classe C^1 sur $[a,b]$.

4. Formule de Taylor

Formule de Taylor à l'ordre p avec reste intégral pour une fonction de classe C^{p+1}; inégalité de Taylor-Lagrange.

Intégration des développements limités. Théorème de Taylor-Young (existence d'un développement limité d'ordre p pour une fonction de classe C^p).

5. Intégrales dépendant d'un paramètre

a) Passage à la limite uniforme dans les intégrales de fonctions continues sur un segment; application à la dérivation de la limite d'une suite de fonctions de classe C^1.

b) Continuité des fonctions de la forme $x \mapsto \int_a^b f(x, t)\, dt$, où f est continue sur $A \times [a,b]$, où A est une partie de $\mathbb{R}^p$. Lorsque A est un intervalle: dérivation d'une telle fonction si en outre $\frac{\partial f}{\partial x}$ est continue, intégration sur un segment contenu dans A.

6. Intégrales impropres

a) Intégrales convergentes, divergentes, absolument convergentes. Critère de Cauchy; convergence d'une intégrale absolument convergente.

b) Intégrales de fonctions positives. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence. Intégration des relations de prépondérance et d'équivalence au voisinage de $+\infty$: cas des intégrales convergentes, cas des intégrales divergentes.

Travaux pratiques

Exemples d'étude locale et d'étude asymptotique de fonctions.

Exemples de recherche d'extrémums; application à l'obtention de majorations uniformes.

Exemples d'approximation polynômiale uniforme d'une fonction.

§ Algorithmes de calcul de valeurs approchées d'intégrales: méthode des trapèzes, méthode de Simpson (aucune connaissance n'est exigible sur l'estimation de la précision).

Exemples d'étude de la convergence d'intégrales impropres. Exemples d'emploi de l'intégration par parties pour l'étude des intégrales impropres.

Exemples de calcul (exact ou approché) d'intégrales et d'intégrales impropres.

Exemples de passage à la limite dans les intégrales impropres.

Exemples d'étude de fonctions définies par des intégrales.

III. SÉRIES

Les premières notions sur les séries ont été données dans le cadre des espaces normés (cf. I-4).

1. Séries de nombres réels ou complexes

a) Séries à termes positifs. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence. Sommation des relations de prépondérance et d'équivalence: cas des séries convergentes, cas des séries divergentes. Comparaison à une série géométrique: utilisation de $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n}$ (règle de d'Alembert).

Comparaison à une intégrale impropre. Convergence des séries de Riemann; comparaison à une série de Riemann.

b) Séries alternées. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro: majoration du reste.

c) Somme de deux séries, produit d'une série par un scalaire. Série produit de deux séries absolument convergentes ($w_n = \sum_{p+q=n} u_p v_q$) (admis).

Toute autre règle de convergence, notamment celle de Cauchy (concernant $\sqrt[n]{u_n}$), d'Abel, de Raabe-Duhamel, est hors programme.

2. Séries de fonctions

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ *ou sur* $\mathbb{C}$.

a) Convergence simple, convergence uniforme sur un ensemble d'une série de fonctions; convergence normale (pour la norme uniforme).

b) Continuité et limite de la somme d'une série uniformément convergente. Intégration terme à terme d'une série uniformément convergente de fonctions continues sur un segment; application à la dérivation terme à terme d'une série de fonctions de classe C^1.

3. Séries entières

Les coefficients des séries entières considérées dans ce paragraphe sont réels ou complexes.

a) Séries entières d'une variable complexe: rayon de convergence, disque (ouvert) de convergence, convergence normale sur tout compact du disque de convergence.

b) Séries entières d'une variable réelle: intégration et dérivation terme à terme dans l'intervalle (ouvert) de convergence.

Développement en série entière de e^x, $\ln(1+x)$ et $(1+x)^\alpha$, où α est réel.

c) Définition de $\exp z$ (ou e^z), $\cos z$ et $\sin z$ pour z complexe. Exponentielle d'une somme, extension des formules de trigonométrie.

4. Séries de Fourier

a) Espace vectoriel D des fonctions à valeurs complexes 2π— périodiques continues par morceaux sur $\mathbb{R}$ et dont la valeur en tout point est la demi-somme de la limite à droite et de la limite à gauche en ce point. Intégrale sur une période.

Produit scalaire $(f, g) \mapsto \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \overline{f(t)}\, g(t)\, dt$; norme associée. Les fonctions $e_n : t \mapsto e^{int}$ où n parcourt $\mathbb{Z}$, forment une famille orthonormale; coefficients de Fourier d'une fonction f appartenant à D (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus), sommes partielles

$S_n(f) = \sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e_k$ de la série de Fourier d'une telle fonction. Cas des fonctions T-périodiques.

b) Pour tout élément f de D, les sommes partielles $S_n(f)$ convergent vers f dans l'espace D (théorème admis). Formule de Parseval: expression du carré de la norme d'un élément de D à l'aide des coefficients de Fourier.

c) Théorème de Dirichlet (admis): pour un élément f de D de classe C^1 par morceaux, convergence de

$\sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e^{ikx}$ vers $f(x)$.

Convergence normale de la série de Fourier d'une fonction continue et de classe C^1 par morceaux (admis).

Travaux pratiques

Exemples d'utilisation d'un développement asymptotique du terme général pour l'étude de la convergence d'une série.

Exemples d'emploi de la transformation d'Abel.

Pour une série à termes positifs, exemples d'encadrements et d'évaluation asymptotique du reste d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente.

§ Exemples de recherche de valeurs approchées de la somme d'une série convergente.

Exemples d'étude de séries matricielles.

Exemples d'étude de fonctions définies par des séries.

Exemples de recherche de développements en série entière ou en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

§ Exemples d'utilisation de tels développements pour obtenir des valeurs approchées d'une fonction.

Exemples d'emploi de séries entières pour la recherche de solutions d'équations différentielles.

Exemples simples d'utilisation des séries entières pour les problèmes de dénombrement.

IV. Équations différentielles

1. Systèmes linéaires d'ordre 1

a) Systèmes de deux équations d'ordre 1.

Écriture matricielle $X' = A(t)X + B(t)$ où A (respectivement B) désigne une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $M_2(\mathbb{C})$ (respectivement $\mathbb{C}^2$). Existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy (théorème admis). Dimension de l'espace vectoriel des solutions sur I de l'équation $X' = A(t)X$. Méthode de variation des constantes.

b) Systèmes linéaires à coefficients constants: exponentielle d'une matrice; application à la résolution du problème de Cauchy pour l'équation $X' = AX$, où A est élément de $M_n(\mathbb{C})$.

2. Équations linéaires scalaires d'ordre 2

Équation $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont continues sur I à valeurs réelles ou complexes. Système d'ordre 1 associé, étude du problème de Cauchy; solution de l'équation sans second membre, méthode de variation des constantes. Expression des solutions dans le cas où l'on connaît une solution de l'équation sans second membre associée ne s'annulant pas sur I.

3. Notions sur les équations non linéaires

Solutions d'une équation différentielle $x' = f(t, x)$ (resp. $x'' = f(t, x, x')$), où f est de classe C^1 sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ (resp. de $\mathbb{R}^3$). Existence et unicité d'une solution maximale du problème de Cauchy; son intervalle de définition est ouvert (théorème admis).

Travaux pratiques

Pratique de la résolution de l'équation $X' = AX$, où A est une matrice à éléments réels ou complexes (par réduction de A à une forme diagonale ou triangulaire).

§ Algorithme de recherche de solutions approchées d'une équation différentielle scalaire d'ordre 1 par la méthode d'Euler.

Résolution des équations des types suivants (en liaison avec la géométrie): équation associée à une forme différentielle exacte, équation à variables séparables, équation homogène $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x})$.

Exemples d'emploi de changements de variable ou de fonction (en liaison avec des propriétés d'invariance) et d'emploi de paramétrages.

Exemples d'étude de problèmes issus de la mécanique ou de la physique conduisant à une équation différentielle du premier ou du second ordre.

§ Exemples de recherche des courbes intégrales d'un champ de vecteurs dans le plan.

§ Exemples d'étude qualitative des courbes intégrales d'une équation différentielle scalaire.

V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES

1. Calcul différentiel

L'objectif est d'aboutir à une bonne maîtrise de quelques problèmes usuels à partir d'un minimum *d'outils théoriques. En particulier, le programme porte uniquement sur l'étude des applications de classe C^k; toute étude d'exemples présentant des pathologies est hors programme.*

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont définies sur un ouvert d'un espace vectoriel réel de dimension finie et à valeurs dans un espace vectoriel réel de dimension finie.

a) Différentiabilité en un point, application linéaire tangente. Différentielle sur un ouvert, application de classe C^1 (ou continûment différentiable). Si deux applications sont de classe C^1, leur composée l'est encore; difféomorphismes.

Dérivées partielles suivant une base; caractérisation des applications de classe C^1 à l'aide des dérivées partielles dans une base. Pour une application de classe C^1: matrice jacobienne dans une base, jacobien; matrice jacobienne d'une application composée, d'une application réciproque.

Dérivée selon un vecteur d'une application de classe C^1. Gradient d'une fonction numérique de classe C^1 (dans le cas euclidien).

b) Définition (à l'aide des dérivées partielles) des applications de classe C^k sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ (k entier naturel ou k infini). Si deux applications sont de classe C^k, leur composée l'est encore (admis), définition des C^k-difféomorphismes ($k \geqslant 1$).

c) Inégalité des accroissements finis pour une fonction numérique de classe C^1 sur un ouvert convexe de $\mathbb{R}^p$. Caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert connexe de $\mathbb{R}^p$.

d) Points critiques d'une fonction numérique de classe C^1 sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$; condition nécessaire d'existence d'un extrémum local.

Pour une fonction numérique de classe C^2 sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$: formule de Taylor-Young; étude de l'existence d'un extrémum local en un point critique non dégénéré.

2. Calcul intégral

Les acquis de première année concernant les intégrales doubles et triples seront consolidés à travers la pratique d'exercices et de problèmes.

Aucune difficulté théorique ne peut être soulevée sur la notion de forme différentielle.

Intégrale curviligne d'une forme différentielle de degré 1 continue sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$. Primitives d'une telle forme. Condition nécessaire et suffisante d'existence d'une primitive pour une forme de classe C^1 sur un ouvert étoilé.

Interprétation en termes de champs de vecteurs.

Travaux pratiques

Calculs de dérivées partielles.

Exemples de recherche d'extrémums locaux ou globaux.

Exemples de recherche de solutions d'équations aux dérivées partielles par séparation ou changement de variables.

Exemples de calcul d'intégrales curvilignes et de recherche d'un potentiel scalaire pour un champ de vecteurs.

Calculs d'intégrales doubles ou triples.

Exemples de calcul d'aires (planes ou non) et de volumes. Exemples de calcul d'intégrales de surface.

Les calculs de flux sont hors programme.

ALGÈBRE

En ce qui concerne les groupes, l'arithmétique et les polynômes à une indéterminée, l'objectif est de consolider les acquis de première année à travers la pratique d'exercices et de problèmes et non de reprendre l'étude de ces notions. Il convient aussi de mettre en valeur quelques interventions de la notion d'opération d'un groupe sur un ensemble aussi bien en algèbre linéaire (classification des applications linéaires à l'aide du rang, classification des formes quadratiques, réduction des endomorphismes,...) qu'en géométrie proprement dite.

Les élèves doivent connaître la définition du noyau et de l'image d'un morphisme de groupe et la notion d'éléments conjugués (par automorphisme intérieur). La notion de groupe quotient n'est pas au programme.

I. ALGÈBRE LINÉAIRE ET MULTILINÉAIRE

Pour les notions d'algèbre linéaire figurant au programme de la classe de mathématiques supérieures et pour les deux premiers paragraphes de ce chapitre, le programme se place dans le cadre des espaces vectoriels sur un corps (commutatif) quelconque.

1. Dualité des espaces vectoriels de dimension finie

Dualité, bidual, identification canonique d'un espace vectoriel de dimension finie et de son bidual.

Transposée d'une application linéaire. Orthogonalité. Rang de l'application transposée. Matrice de la transposée d'une application linéaire.

L'indépendance des formes linéaires $f_1, f_2, \ldots f_p$ équivaut à la surjectivité de l'application linéaire $x \mapsto (f_1(x), f_2(x), \ldots f_p(x))$.

2. Calcul matriciel et systèmes d'équations linéaires

Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice; interprétation en termes de produits matriciels. Application à la recherche du rang d'une matrice, à la résolution des systèmes linéaires, à la recherche de l'inverse d'une matrice carrée, au calcul des déterminants.

3. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

Dans ce paragraphe le corps de base est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

a) Sous-espaces stables par un endomorphisme. Si u et v commutent, lm u et Ker u sont stables par v. Polynômes d'un endomorphisme; théorème de décomposition des noyaux; si P et Q sont premiers entre eux,

$$\operatorname{Ker} PQ\,(u) = \operatorname{Ker} P\,(u) \oplus \operatorname{Ker} Q\,(u).$$

b) Valeurs propres d'un endomorphisme, sous-espaces propres, vecteurs propres. La somme de n sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

c) Réduction d'un endomorphisme en dimension finie.

Étant donné des sous-espaces $F_1, F_2, \ldots F_r$ dont E est somme directe, caractérisation matricielle des endomorphismes de E stabilisant les sous-espaces F_j; déterminant d'un tel endomorphisme.

Polynôme caractéristique, ordre de multiplicité d'une valeur propre. Théorème de Cayley-Hamilton.

Endomorphismes diagonalisables: l'espace est somme directe des sous-espaces propres. Tout endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et a toutes ses racines simples est diagonalisable. Pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable, il faut et il suffit qu'il annule un polynôme scindé dont toutes les racines sont simples.

Sous-espaces caractéristiques. Tout endomorphisme u dont le polynôme caractéristique est scindé peut être trigonalisé: l'espace est somme directe des sous-espaces caractéristiques F_j et il existe une base de chaque F_j telle que la matrice dans cette base de l'endomorphisme induit par u soit triangulaire supérieure; en outre, la dimension de F_j est égale à l'ordre de multiplicité de la valeur propre λ_j. Un tel endomorphisme u s'écrit d'une manière et d'une seule sous la forme $u = d + n$, où d est diagonalisable, n est nilpotent, et $nd = dn$ (unicité admise).

d) Valeurs propres d'une matrice carrée, vecteurs (colonnes) propres. Diagonalisation et trigonalisation des matrices carrées.

Aucune autre connaissance n'est exigible des élèves sur la réduction des endomorphismes et des matrices; en particulier, la notion de polynôme minimal et la réduction de Jordan sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples d'emploi de décompositions en blocs (produits, matrices diagonales par blocs ou triangulaires par blocs).

Exemples d'étude de matrices ou d'endomorphismes qui annulent un polynôme.

Exemples de réduction à la forme diagonale ou triangulaire de matrices carrées sur $\mathbb{C}$ ou sur $\mathbb{R}$.

§ Exemples d'étude du comportement des puissances n-ièmes d'une matrice et d'étude de suites numériques satisfaisant à une relation de récurrence linéaire à coefficients constants.

II. ALGÈBRE BILINÉAIRE

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont de dimension finie sur $\mathbb{R}$ *ou sur* $\mathbb{C}$.

1. Formes quadratiques

a) Forme bilinéaire sur un espace vectoriel; matrice associée dans une base, changement de base. Matrices congruentes.

b) Forme bilinéaire symétrique, forme quadratique (application de la forme $x \mapsto B(x, x)$ où B est une forme bilinéaire symétrique); polarisation.

Application linéaire associée, noyau, rang; discriminant dans une base.

Forme non dégénérée.

c) Somme directe orthogonale. Existence de bases orthogonales, décomposition en carrés, méthode de Gauss.

2. Classification des formes quadratiques

a) Cas complexe: classification à l'aide du rang.

b) Cas réel: formes quadratiques positives, formes quadratiques positives non dégénérées (ou définies positives); théorème d'inertie de Sylvester, classification à l'aide de la signature.

III. ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS ET HERMITIENS

(Cf. analyse I.A. Espaces préhilbertiens réels ou complexes.)

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont de dimension finie.

1. Espaces euclidiens

a) Adjoint d'un endomorphisme, matrice associée dans une base orthonormale.

Endomorphismes symétriques (ou auto-adjoints), antisymétriques.

b) Automorphismes orthogonaux; symétries orthogonales, réflexions. Groupe orthogonal O(E), groupe spécial orthogonal SO(E) (rotations).

Matrices orthogonales; groupes O(n) et SO(n). Changement de base orthonormale.

2. Espaces hermitiens

a) Espaces hermitiens (le produit scalaire est linéaire à droite et semi-linéaire à gauche). Semi-isomorphisme entre l'espace et son dual.

Adjoint d'un endomorphisme, matrice associée dans une base orthonormale.

Endomorphismes hermitiens (ou auto-adjoints).

Adjointe d'une matrice; matrices hermitiennes.

b) Automorphismes unitaires, groupe unitaire U(E), groupe spécial unitaire SU(E). Matrices unitaires; groupe U*(n)* et SU*(n)*.

3. Réduction des endomorphismes symétriques et des endomorphismes hermitiens

a) Réduction d'un endomorphisme symétrique dans une base orthonormale. Diagonalisation d'une matrice symétrique au moyen d'une matrice orthogonale.

Réduction d'un endomorphisme hermitien dans une base orthonormale. Diagonalisation d'une matrice hermitienne au moyen d'une matrice unitaire.

b) Dans un espace euclidien: endomorphisme symétrique associé à une forme quadratique; réduction d'une forme quadratique dans une base orthonormale.

Travaux pratiques

Exemples de réduction d'endomorphismes et de matrices en base orthonormale.

En dimension trois: équation réduite des quadriques ayant pour centre l'origine, axes.

GÉOMÉTRIE

1. Courbes paramétrées en dimension 2 ou 3

Comme en première année, l'étude théorique est placée dans des hypothèses de régularité très larges.

a) Étude locale d'une courbe paramétrée: position de la courbe par rapport à une droite (dimension 2), par rapport à un plan (dimension 3).

b) Enveloppe d'une famille de droites dans le plan, donnée par une équation $a(t)\,x + b(t)\,y + c(t) = 0$, sur un intervalle où $ab' - ba'$ ne s'annule pas.

Développée, développantes d'une courbe plane.

Dans l'espace, l'étude du repère de Frenet et la torsion sont hors programme.

2. Inversion locale dans $\mathbb{R}^n$

Théorème d'inversion locale et théorème des fonctions implicites pour les applications de classe C^k, ou $k \geqslant 1$ (théorèmes admis). Application à la caractérisation des C^k-difféomorphismes parmi les applications injectives de classe C^k.

3. Courbes et surfaces

Dans ce paragraphe, les courbes du plan ou de l'espace et les surfaces sont définies par paramétrages ou par équations cartésiennes. Aucune difficulté ne peut être soulevée sur l'équivalence de ces définitions.

a) En un point régulier: tangente à une courbe, plan tangent à une surface; plan normal, normale. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.

Position d'une surface donnée par $z = f(x, y)$ par rapport au plan tangent en un point où $rt - s^2 \neq 0$.

b) Description des cylindres (génératrices, sections droites), des cônes (sommet, génératrices), des surfaces de révolution (axe, méridiennes, parallèles). Plans tangents aux surfaces précédentes. Description des quadriques à partir de leurs équations réduites en repère orthonormal (ellipsoïde, hyperboloïde à une nappe, hyperboloïde à deux nappes, paraboloïde elliptique, paraboloïde hyperbolique).

Travaux pratiques

Emploi des coordonnées polaires, cylindriques et sphériques.

Emploi d'un repère mobile pour le calcul de la dérivée d'une fonction vectorielle.

Exemples de coordonnées curvilignes associées à des transformations du plan complexe de la forme $z \mapsto f(z)$.

Exemples de recherche de courbes planes ou de courbes d'une surface satisfaisant à une condition différentielle.

§ Exemples de recherche d'enveloppes de droites dans le plan.

Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages ou de mise en équation dans un repère adéquat.

§ Exemples de représentation d'une surface à l'aide de projections sur des plans de coordonnées ou à l'aide de familles de sections planes.

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES P ET P'

Sauf mention expresse du contraire, les dispositions qui suivent sont valables pour le programme P et le programme P'.

ANALYSE

I. ESPACES VECTORIELS NORMÉS

1. Normes sur un espace vectoriel réel ou complexe

Norme, distance associée, boules. Parties bornées. Applications lipschitziennes.

Suites convergentes, divergentes. Normes équivalentes.

2. Suites et fonctions

Les espaces vectoriels considérés dans ce paragraphe sont de dimension finie sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et les applications sont définies sur une partie d'un tel espace vectoriel et à valeurs dans un autre. Pour les relations de comparaison entre fonctions, les élèves devront connaître les notations $f = o(g)$, $f << g$ et $f \sim g$.

a) Équivalence des normes sur un espace vectoriel de dimension finie (admise).

Toute suite de Cauchy est convergente.

b) Cet alinéa est spécifique au programme P'.

Voisinages d'un point, ouverts, fermés. Adhérence d'une partie, parties denses, intérieur d'une partie. Continuité d'une application en un point. Image d'une suite convergente par une application continue. Opérations algébriques sur les applications continues; composition, image réciproque d'un ouvert, d'un fermé par une application continue.

Applications uniformément continues.

De toute suite bornée, on peut extraire une suite convergente. Définition (séquentielle) des parties compactes. Les parties compactes sont les parties fermées bornées. Image d'un compact par une application continue, application aux fonctions numériques. Continuité uniforme d'une application continue sur un compact (admise).

Au programme P, le texte de l'alinéa b) est remplacé par le suivant:

Définition des parties ouvertes, des parties fermées. Continuité d'une application en un point. Image d'une suite convergente par une application continue. Opérations algébriques sur les applications continues; composition.

Image d'une partie fermée bornée par une fonction numérique continue (théorème admis).

3. Espaces préhilbertiens réels ou complexes

Produit scalaire (dans le cas complexe, linéaire à droite, semi-linéaire à gauche), inégalité de Cauchy-Schwarz, norme, identité du parallélogramme. Théorème de Pythagore. Famille orthonormale, méthode de Schmidt. Existence d'une base orthonormale dans un espace de dimension finie. Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, distance à un tel sous-espace.

Travaux pratiques

Exemples d'espaces vectoriels normés de matrices, de suites et de fonctions; exemples de comparaison de normes.

Exemples d'étude et d'emploi de suites de polynômes orthogonaux.

Exemples de calcul de la projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, de la distance à un tel sous-espace.

II. FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE; CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Les fonctions étudiées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle et à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ ou sur $\mathbb{C}$.

Le programme P se borne à l'étude des fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ ou dans $\mathbb{C}^n$.

1. Dérivation

a) Opérations algébriques sur les dérivées; *en classe P'*, expression de la dérivée d'une fonction de la forme B (f, g), où B est une application bilinéaire.

b) Fonctions de classe C^k (k entier naturel ou k infini). Si deux fonctions sont de classe C^k, leur composée l'est encore. Caractérisation des C^k-difféomorphismes parmi les fonctions de classe C^k ($k \geqslant 1$).

Définition des fonctions de classe C^k par morceaux: une fonction f (non nécessairement continue) est dite de classe C^k par morceaux sur un segment $[a, b]$ s'il existe une suite strictement croissante $a_0 = a, a_1, \ldots a_n = b$ telle que la restriction de f à chacun des $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable en une fonction de classe C^k sur $[a_i, a_{i+1}]$; elle est dite de classe C^k par morceaux sur un intervalle quelconque si sa restriction à tout segment est de classe C^k par morceaux.

2. Intégration sur un segment

Le programme n'impose pas le choix d'un mode de présentation de l'intégration; le cadre retenu doit contenir celui des fonctions continues par morceaux et peut se limiter à elles. Aucune connaissance sur les fonctions réglées et sur les fonctions intégrables (au sens de Riemann ou de Lebesgue) n'est au programme.

a) Linéarité de l'intégrale.

Si $a \leqslant b$, $\| \int_a^b f(t)\, dt \| \leqslant \int_a^b \| f(t) \|\, dt$ (inégalité admise).

Pour les fonctions à valeurs réelles: positivité de l'intégrale.

Pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes: inégalité de Cauchy-Schwarz.

b) Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration. Convergence des sommes de Riemann d'une fonction continue vers l'intégrale dans le cas de subdivisions à pas constant.

c) Primitives d'une fonction continue sur un intervalle. Intégration par parties, changement de variable.

d) Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe C^1 sur un segment $[a,b]$. Caractérisation des fonctions constantes et des fonctions lipschitziennes sur un intervalle. Si f est continue sur $[a,b]$ et de classe C^1 sur $]a,b]$ et si f' admet une limite en a, alors f est de classe C^1 sur $[a,b]$.

3. Formule de Taylor

Formule de Taylor à l'ordre p avec reste intégral pour une fonction de classe C^{p+1}; inégalité de Taylor-Lagrange. Intégration des développements limités. Théorème de Taylor-Young (existence d'un développement limité d'ordre p pour une fonction de classe C^p).

4. Intégrales dépendant d'un paramètre

Continuité des fonctions de la forme $x \mapsto \int_a^b f(x, t)\, dt$, où f est continue sur $I \times [a,b]$, où I est un intervalle; dérivation lorsqu'en outre $\frac{\partial f}{\partial x}$ est continue, intégration sur un segment contenu dans I (théorèmes admis).

5. Intégrales impropres

a) Intégrales convergentes, divergentes, absolument convergentes. Convergence d'une intégrale absolument convergente.

b) Intégrales de fonctions positives. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence.

Travaux pratiques

Exemples d'étude locale et d'étude asymptotique de fonctions.

Exemples de recherche d'extremums; application à l'obtention de majorations uniformes.

§ Algorithmes de calcul de valeurs approchées d'intégrales: méthode des trapèzes, méthode de Simpson (aucune connaissance n'est exigible sur l'estimation de la précision).

Exemples de calcul (exact ou approché) d'intégrales et d'intégrales impropres.

Exemples d'étude de fonctions définies par des intégrales.

III. SÉRIES

1. Séries de nombres réels ou complexes

a) Séries convergentes, divergentes, absolument convergentes. Critère de convergence de Cauchy; convergence d'une série absolument convergente.

Extension aux séries d'éléments d'un espace vectoriel normé de dimension finie *(ce dernier point ne figure qu'au programme P').*

b) Séries à termes positifs. Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence. Comparaison à une série géométrique ; utilisation de $\lim \frac{u_{n+1}}{u_n}$ (règle de d'Alembert).

Comparaison à une intégrale impropre. Convergence des séries de Riemann ; comparaison à une série de Riemann.

c) Séries alternées. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro ; majoration du reste.

d) Somme de deux séries, produit d'une série par un scalaire. Série produit de deux séries absolument convergentes ($w_n = \sum_{p+q=n} u_p v_q$) (admis).

Toute autre règle de convergence, notamment celle de Cauchy (concernant $\sqrt[n]{u_n}$), d'Abel, de Raabe-Duhamel, est hors programme.

2. Suites et séries de fonctions

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont à valeurs réelles ou complexes.

a) Norme uniforme sur l'espace des fonctions bornées sur un ensemble.

Convergence simple, convergence uniforme, d'une suite ou d'une série de fonctions. Convergence normale d'une série de fonctions (pour la norme uniforme).

b) Suites et séries uniformément convergentes de fonctions continues sur un intervalle : continuité de la limite ou de la somme, intégration sur un segment, application à la dérivation dans le cas des fonctions de classe C^1. *Au programme P le théorème de continuité de la limite est admis.*

3. Séries entières

Les coefficients des séries entières considérées dans ce paragraphe sont réels ou complexes.

a) Séries entières d'une variable complexe : rayon de convergence, disque (ouvert) de convergence, convergence normale sur tout disque fermé borné et inclus dans le disque de convergence.

b) Séries entières d'une variable réelle : intégration et dérivation terme à terme dans l'intervalle (ouvert) de convergence.

Développement en série entière de $\frac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, e^x, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, où α est réel.

c) Définition de $\exp z$ (ou e^z), $\cos z$ et $\sin z$ pour z complexe. Exponentielle d'une somme.

4. Séries de Fourier

a) Espace vectoriel D des fonctions à valeurs complexes 2π— périodiques continues par morceaux sur $\mathbb{R}$ et dont la valeur en tout point est la demi-somme de la limite à droite et de la limite à gauche en ce point. Intégrale sur une période.

Produit scalaire $(f, g) \mapsto \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \overline{f(t)}\, g(t)\, dt$; norme associée.

Les fonctions $e_n : t \mapsto e^{int}$ où n parcourt $\mathbb{Z}$, forment une famille orthonormale ; coefficients de Fourier d'une fonction f appartenant à D (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus), sommes partielles $S_n(f) = \sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e_k$ de la série de Fourier d'une telle fonction. Cas des fonctions T-périodiques.

b) Pour tout élément f de D, les sommes partielles $S_n(f)$ convergent vers f dans l'espace D (théorème admis). Formule de Parseval : expression du carré de la norme d'un élément de D à l'aide des coefficients de Fourier.

c) Théorème de Dirichlet (admis) : pour un élément f de D de classe C^1 par morceaux, convergence de

$$\sum_{k=-n}^{n} c_k(f)\, e^{ikx} \text{ vers } f(x).$$

Convergence normale de la série de Fourier d'une fonction continue et de classe C^1 par morceaux (admis).

Travaux pratiques

Exemples d'utilisation d'un développement asymptotique du terme général pour la convergence d'une série.

Pour une série à termes positifs, exemples d'encadrements du reste d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente.

§ Exemples de recherche de valeurs approchées de la somme d'une série convergente.

Exemples d'étude de séries matricielles *(uniquement en classe P').*

Exemples d'étude de fonctions définies par des séries.

Exemples de recherche de développements en série entière ou en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

§ Exemples d'utilisation de tels développements pour obtenir des valeurs approchées d'une fonction.

Exemples d'emploi de séries entières pour la recherche de solutions d'équations différentielles.

IV. Équations différentielles

1. Systèmes linéaires d'ordre 1 a coefficients constants

Étude du système $X' = AX$, où A est une matrice diagonalisable à éléments réels ou complexes ; résolution du problème de Cauchy.

2. Équations linéaires scalaires d'ordre 2

Équation $x'' + a(t)\, x' + b(t)\, x = c(t)$, où a, b, c sont continues sur un intervalle I à valeurs réelles ou complexes. Existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy (théorème admis). Dimension de l'espace vectoriel des solutions sur I de l'équation sans second membre, méthode de variation des constantes. Expression des solutions dans le cas où l'on connaît une solution de l'équation sans second membre associée ne s'annulant pas sur I.

3. Notions sur les équations non linéaires

Solutions d'une équation différentielle $x' = f(t, x)$ (resp. $x'' = f(t, x, x')$), où f est de classe C^1 sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ (resp. de $\mathbb{R}^3$). Existence et unicité d'une solution maximale du problème de Cauchy; son intervalle de définition est ouvert (théorèmes admis).

Travaux pratiques

Pratique de la résolution de l'équation X' = AX, où A est une matrice à éléments réels ou complexes (lorsque A n'est pas diagonalisable, on se limitera à des exemples en dimension $n \leqslant 3$).

§ Algorithme de recherche de solutions approchées d'une équation différentielle scalaire d'ordre 1 par la méthode d'Euler.

Résolution des équations des types suivants (en liaison avec la géométrie): équation associée à une forme différentielle exacte, équation à variables séparables, équation homogène $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x})$.

Exemples d'emploi de changements de variable ou de fonction (en liaison avec des propriétés d'invariance) et d'emploi de paramétrages.

Exemples d'étude de problèmes issus de la mécanique ou de la physique conduisant à une équation différentielle du premier ou du second ordre.

V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES

1. Calcul différentiel

L'objectif est d'aboutir à une bonne maîtrise de quelques problèmes usuels à partir d'un minimum *d'outils théoriques. En particulier, la notion d'application différentiable est hors programme et, comme en première année, les applications de classe C^1 seront définies à partir des dérivées partielles.*

Les fonctions considérées dans ce paragraphe sont définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^n$.

a) Application de classe C^1 (ou continûment différentiable), différentielle, matrice jacobienne, jacobien. Si deux applications sont de classe C^1, leur composée l'est encore; difféomorphismes. Matrice jacobienne d'une application composée ou d'une application réciproque (les applications considérées étant de classe C^1). Caractérisation des difféomorphismes parmi les applications injectives de classe C^1 (théorème admis).

b) Définition des applications de classe C^k sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$ à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ (k entier naturel ou k infini). Si deux applications sont de classe C^k, leur composée l'est encore (admis), définition des C^k-difféomorphismes ($k \geqslant 1$).

c) Sur un ouvert convexe, inégalité des accroissements finis pour une fonction numérique de classe C^1, caractérisation des fonctions constantes.

d) Points critiques d'une fonction numérique de classe C^1 sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$; condition nécessaire d'existence d'un extremum local.

Pour une fonction numérique de classe C^2 sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$: formule de Taylor-Young; étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où $rt - s^2 \neq 0$. *Au programme P, ces deux résultats sont admis.*

2. Calcul intégral

Les acquis de première année concernant les intégrales doubles et triples seront consolidés à travers la pratique d'exercices et de problèmes.

Aucune difficulté théorique ne peut être soulevée sur la notion de forme différentielle.

Intégrale curviligne d'une forme différentielle de degré 1 continue sur un ouvert de $\mathbb{R}^p$. Primitives d'une telle forme. Condition nécessaire et suffisante d'existence d'une primitive pour une forme de classe C^1 sur un ouvert étoilé (admis). Interprétation en termes de champs de vecteurs.

Travaux pratiques

Calculs de dérivées partielles.

Exemples de recherche d'extremums locaux ou globaux.

Exemples de recherche de solutions d'équations aux dérivées partielles par séparation ou changement de variables.

Exemples de calcul d'intégrales curvilignes et de recherche d'un potentiel scalaire pour un champ de vecteurs.

Calculs d'intégrales doubles ou triples.

Exemples de calcul d'aires (planes ou non) et de volumes. Exemples de calcul d'intégrales de surface.

Les calculs de flux sont hors programme.

ALGÈBRE

L'arithmétique ne peut constituer le ressort principal d'une épreuve écrite ou orale. En ce qui concerne les groupes et les polynômes à une indéterminée, l'objectif est de consolider les acquis de première année à travers la pratique d'exercices et de problèmes et non de reprendre l'étude de ces notions.

Les élèves doivent connaître la définition du noyau et de l'image d'un morphisme de groupe.

I. ALGÈBRE LINÉAIRE ET MULTILINÉAIRE

Dans ce chapitre, le corps de base est $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

1. Dualité des espaces vectoriels de dimension finie

Bases associées d'un espace E et de son dual E*. Orthogonal dans E* d'une partie de E, orthogonal dans E d'une partie de E*; dimension de l'orthogonal, double orthogonal.

2. Calcul matriciel et systèmes d'équations linéaires

Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice; interprétation en termes de produits matriciels. Application à la recherche du rang d'une matrice, à la résolution des systèmes linéaires, à la recherche de l'inverse d'une matrice carrée, au calcul des déterminants.

3. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

a) Valeurs propres d'un endomorphisme, sous-espaces propres, vecteurs propres. La somme de n sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.

b) Réduction d'un endomorphisme en dimension finie.

Étant donné des sous-espaces F_1, F_2,... F_r dont E est somme directe, caractérisation matricielle des endomorphismes de E stabilisant les sous-espaces F_j; déterminant d'un tel endomorphisme.

Polynôme caractéristique, ordre de multiplicité d'une valeur propre.

Endomorphismes diagonalisables; l'espace est somme directe des sous-espaces propres. Tout endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et a toutes ses racines simples est diagonalisable. Pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable, il faut et il suffit qu'il annule un polynôme scindé dont toutes les racines sont simples.

Pour tout endomorphisme, la dimension d'un sous-espace propre est majorée par l'ordre de multiplicité de la valeur propre associée.

c) Valeurs propres d'une matrice carrée, vecteurs (colonnes) propres. Diagonalisation des matrices carrées.

Aucune autre connaissance n'est exigible des élèves sur la réduction des endomorphismes et des matrices; en particulier, la réduction à la forme triangulaire, les notions de sous-espace caractéristique et de polynôme minimal et la réduction de Jordan sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples d'emploi de décompositions en blocs (produits, matrices diagonales par blocs ou triangulaires par blocs).

Exemples de réduction de matrices carrées sur $\mathbb{C}$ ou sur $\mathbb{R}$ (uniquement en dimension $n \leqslant 3$ si la matrice n'est pas diagonalisable).

§ Exemples d'étude du comportement des puissances n-ièmes d'une matrice et d'étude de suites numériques satisfaisant à une relation de récurrence linéaire à coefficients constants.

II. ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

(Cf. analyse I-3. Espaces préhilbertiens réels ou complexes.)

Les espaces vectoriels considérés dans ce chapitre sont de dimension finie sur $\mathbb{R}$.

1. Géométrie des espaces euclidiens

a) Cet alinéa est spécifique au programme P'.

Adjoint d'un endomorphisme, matrice associée dans une base orthonormale.

Endomorphismes symétriques (ou autoadjoints).

Au programme P, le texte de l'alinéa a) est remplacé par le suivant:

Endomorphismes symétriques (ou autoadjoints); matrice associée dans une base orthonormale.

b) Automorphismes orthogonaux, groupe orthogonal O(E), groupe spécial orthogonal SO(E) (rotations).

Matrices orthogonales, groupes O*(n)* et SO*(n)*. Changement de base orthonormale.

2. Réduction des endomorphismes symétriques

Réduction d'un endomorphisme symétrique dans une base orthonormale *(admis en P)*. Diagonalisation d'une matrice symétrique au moyen d'une matrice orthogonale.

Définition d'une forme quadratique: application de la forme $x \mapsto B(x, x)$ où B est une forme bilinéaire symétrique. Endomorphisme symétrique associé; réduction dans une base orthonormale. Définition des formes quadratiques définies positives.

Aucune autre connaissance sur les formes quadratiques n'est exigible des élèves. Les notions de vecteur isotrope, de rang et de signature sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples de réduction d'endomorphismes et de matrices en base orthonormale.

En dimension trois: équation réduite des quadriques ayant pour centre l'origine, axes.

GÉOMÉTRIE

1. Courbes paramétrées en dimension 2 ou 3

Comme en première année, l'étude théorique est placée dans des hypothèses de régularité très larges.

a) Étude locale d'une courbe paramétrée: position de la courbe par rapport à une droite (dimension 2), par rapport à un plan (dimension 3).

b) Enveloppe d'une famille de droites dans le plan, donnée par une équation $a(t)\,x + b(t)\,y + c(t) = 0$, sur un intervalle où $ab' - ba'$ ne s'annule pas.

Développée, développantes d'une courbe plane.

Dans l'espace, l'étude du repère de Frenet et la torsion sont hors programme.

2. Courbes et surfaces

Dans ce paragraphe, les courbes du plan et de l'espace et les surfaces sont définies par paramétrages et par équations cartésiennes. Aucune difficulté ne peut être soulevée sur l'équivalence de ces définitions.

Toutes les formes du théorème des fonctions implicites utiles pour traiter ce paragraphe sont admises.

a) En un point régulier: tangente à une courbe, plan tangent à une surface; plan normal, normale. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.

Position d'une surface donnée par $z = f(x, y)$ par rapport au plan tangent en un point où $rt - s^2 \neq 0$.

b) Description des cylindres (génératrices, sections droites), des cônes (sommet, génératrices), des surfaces de révolution (axe, méridiennes, parallèles). Plans tangents aux surfaces précédentes. Description des quadriques à partir de leurs équations réduites en repère orthonormal (ellipsoïde, hyperboloïde à une nappe, hyperboloïde à deux nappes, paraboloïde elliptique, paraboloïde hyperbolique).

Travaux pratiques

Emploi des coordonnées polaires, cylindriques et sphériques.

Emploi d'un repère mobile pour le calcul de la dérivée d'une fonction vectorielle.

Exemples de recherche de courbes planes ou de courbes d'une surface satisfaisant à une condition différentielle.

§ Exemples de recherche d'enveloppes de droites dans le plan.

Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages ou de mise en équation dans un repère adéquat.

§ Exemples de représentation d'une surface à l'aide de projections sur des plans de coordonnées ou à l'aide de familles de sections planes.

PROGRAMME DE SCIENCES PHYSIQUES

(Annexe III de l'arrêté du 16 septembre 1988)

PHYSIQUE

PRÉAMBULE

Ce programme est fondé sur le désir d'apporter aux futurs élèves des grandes écoles des connaissances de physique générale adaptées à leur vocation scientifique et technique. Il s'appuie sur les programmes de l'enseignement du second degré dont la qualité et l'ambition sont à la mesure d'une solide formation scientifique. On remarquera toutefois que ces derniers programmes ont une orientation « fondamentaliste » assez marquée et n'abordent que légèrement les phénomènes macroscopiques. Par conséquent, les buts recherchés ici sont de divers ordres. Tout d'abord affiner et synthétiser les connaissances déjà acquises en mécanique, électromagnétisme et physique ondulatoire. Ensuite, faire un premier pas en avant dans l'étude des phénomènes macroscopiques en défrichant la thermodynamique, discipline presque totalement nouvelle, en familiarisant les élèves avec la phénoménologie de cette physique et la nature du raisonnement thermodynamique. Ménager une place importante à l'intégration des connaissances acquises, en étudiant la physique de la matière où le lien avec le concret peut être réellement effectué, cependant que toute référence à la physique quantique a été délibérément limitée aux notions indispensables pour les programmes de chimie et de physique de la matière. Enfin, l'électronique, discipline dont il est inutile de souligner l'importance, a été introduite en tant qu'élément nouveau et fondamental. A ce sujet, ressort de façon aiguë le rôle important et formateur joué par les travaux pratiques où l'électronique doit avoir une place de premier ordre.

Les unités utilisées seront celles du système international, à l'exclusion de tout autre.

L'étude systématique des « calculs d'incertitude » et des « équations aux dimensions » est exclue du programme. On fera cependant appel aux notions d'incertitude et de coefficients de dimension chaque fois que l'occasion se présentera dans le cours, les exercices, les travaux pratiques ; on distinguera erreurs systématiques et erreurs aléatoires, on introduira sur des exemples les notions d'écart-type et de variance.

Compte tenu des diverses méthodes d'exposition possibles de ce programme, il ne pourra être demandé de questions de cours aux épreuves écrites des concours d'entrée dans les grandes écoles scientifiques. Les épreuves orales de ces concours peuvent comporter des questions de cours portant exclusivement sur le programme de seconde année. Les problèmes et exercices proposés aux épreuves des concours peuvent porter sur les programmes de première et de deuxième année.

En sciences physiques, les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice scientifique programmable dans les conditions définies au chapitre 7 de l'annexe 1. En outre, les épreuves écrites ne peuvent faire appel qu'aux trois points d'analyse numérique cités dans ce chapitre et il ne sera pas demandé au candidat de décrire la technique de programmation adoptée ou la méthode numérique utilisée.

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M'

A) *MÉCANIQUE*

Le programme de mécanique des systèmes s'appuie sur celui de mécanique des systèmes de *points matériels* des classes de mathématiques supérieures, dans lequel la plupart des concepts cinétiques, dynamiques, énergétiques et théorèmes associés ont été introduits, en les étendant à des situations où la répartition de masse est décrite par une distribution continue.

En ce qui concerne la mécanique des fluides, en vue d'éviter tout dépassement de ce programme, il est précisé qu'aucun sujet décrit ou question d'oral de concours ne peut porter sur les fluides visqueux.

Pour l'étude du moment cinétique d'un solide indéformable, le commentaire est restrictif et aucun sujet d'écrit ou question d'oral de concours ne peut supposer connues les notions d'opérateur d'inertie ou d'axes principaux.

Programme	*Commentaires*
MÉCANIQUE DES SYSTÈMES.	Les formalismes lagrangien et hamiltonien ne sont pas au programme.
1. Système matériel. Centre d'inertie. Champ des vitesses. Énergie cinétique.	La connaissance des torseurs n'est pas exigible des élèves.
2. Forces et couples extérieurs à un système matériel ; forces et couples donnés ; forces et couples de liaison ; action et réaction.	
Travail d'un système de forces. Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Les notions de déplacement virtuel et de travail virtuel sont hors programme.
3. Éléments de mécanique des fluides.	
Modèle du fluide continu, fluide en équilibre, champ de pression, éléments de statique.	
Champ des vitesses. Flux de masse, conservation de la masse.	Cette étude pourra servir à faire ressortir la signification concrète des opérateurs vectoriels : divergence, rotationnel.
Écoulement stationnaire ; ligne et tube de courant.	
Fluide incompressible et sans viscosité. Équation d'Euler. Relation de Bernoulli.	L'étude dynamique des fluides compressibles est hors programme.
4. Solides indéformables.	
Contact de deux solides ; frottement de glissement.	On citera les trois types de frottement, mais on ne traitera que les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement. Aucun problème ou exercice ne sera donné sur le frottement de roulement ou de pivotement. Ce chapitre sera l'occasion de faire ressortir la notion de modélisation et la nécessité d'un traitement phénoménologique du problème physique considéré.
Mouvement d'un solide mobile autour d'un axe fixe. Moment cinétique.	L'opérateur d'inertie et l'ellipsoïde d'inertie sont hors programme. En vue

d'illustrer le fait que la direction du moment cinétique et l'axe de rotation du solide sont en général distincts, on se limitera donc à des exemples simples pour lesquels le moment cinétique est calculable directement.

Aucune question ne pourra porter sur le mouvement d'un solide ayant plus d'un degré de liberté de rotation.

B) *PHYSIQUE ONDULATOIRE*

Cette partie du programme sera étudiée en liaison notamment avec la partie C: Électromagnétisme.
L'ordre de présentation est laissé au libre choix du professeur.

1. Équation d'onde classique a une dimension.

La forme de l'équation d'onde sera établie dans deux cas: ondes électromagnétiques, propagation d'une onde longitudinale dans un fluide.

Forme générale des solutions; solutions stationnaires; ondes progressives; principe de superposition.

On se limitera à une description qualitative et expérimentale.

Vibrations longitudinales et transversales.

Solutions avec deux conditions aux limites; modes propres; superposition de solutions stationnaires, analyse en série de Fourier.

On se limitera à une présentation simple de cette notion. En particulier, l'étude des milieux dispersifs n'est pas au programme des classes M, M'.

Ondes planes progressives, vecteur d'onde.

Paquet d'ondes.

2. Interférences, diffraction.

Interférences non localisées entre deux ondes cohérentes.

Toute étude générale de la cohérence est exclue. On se limitera au cas d'ondes scalaires. En optique, on utilisera la représentation scalaire.

Interférences à l'infini entre N ondes cohérentes.

La théorie des réseaux est hors programme.

Principe de Huygens-Fresnel; diffraction à l'infini d'une onde plane par une ouverture rectangulaire, cas de la fente.

Le principe de Huygens-Fresnel sera simplement énoncé.

3. Optique géométrique.

Approximation de l'optique géométrique; rayons lumineux; réflexion; réfraction.

On se bornera à une description qualitative de cette approximation.

Principe de Fermat, conséquences.

Miroirs sphériques et lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.

Toute étude générale des systèmes centrés est exclue. La méthode matricielle est hors programme. Le but est de familiariser

les élèves avec des montages simples comportant des lentilles et des miroirs. Il est particulièrement recommandé d'utiliser des représentations géométriques.

C) *ÉLECTROMAGNÉTISME*

Une épreuve écrite portant *uniquement* sur le rayonnement est exclue

1. Électrostatique.

Équilibre électrostatique d'un conducteur dans le vide: théorème de Coulomb.

Condensateurs.

Énergie d'un condensateur.

On introduira à propos du condensateur plan la densité volumique d'énergie $\frac{\varepsilon_0}{2} E^2$. On admettra la validité générale de cette expression; l'expression de l'énergie électrostatique en fonction du potentiel et de la densité de charges est en dehors du programme.

2. Magnétostatique dans le vide.

Champ magnétique défini par son action sur des courants. Force de Lorentz, force de Laplace. Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit filiforme indéformable, moment magnétique, énergie potentielle d'interaction, couple.

Les courants comme sources du champ magnétique. Champ créé par une distribution stationnaire de courants. Loi de Biot et Savart. Conservation du flux de $\vec{B}$.

Potentiel vecteur $\vec{A}$. Expression du potentiel vecteur créé par une distribution stationnaire de courants.

Le potentiel scalaire magnétique est hors programme.

Théorème d'Ampère.

Équations locales du champ magnétostatique.

Dipôle magnétique: signification physique.

Champ créé, actions subies.

3. Induction.

Champ électromoteur d'induction; f.e.m. d'induction pour un circuit ou une portion de circuit filiformes.

On considérera le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique stationnaire et le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable.

Programme	*Commentaires*
Induction mutuelle de deux circuits ; induction propre. Énergie magnétique.	On se limitera au cas de deux circuits filiformes. On introduira à propos du solénoïde infini la densité d'énergie $\frac{B^2}{2\mu_0}$ dont on admettra la validité générale ; l'expression de l'énergie magnétostatique $\iiint \frac{1}{2}\ \vec{j}\,.\,\vec{A}\,d\tau$ est en dehors du programme.
Expression de la loi de Faraday sous forme locale.	
4. ÉQUATIONS DE MAXWELL.	
Équations de Maxwell.	Le formalisme quadridimensionnel et les transformations relativistes des champs sont hors programme.
Énergie électromagnétique, puissance échangée entre un champ électromagnétique et des porteurs de charges libres. Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique.	
5. PROPAGATION.	
Équation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide. Transversalité des champs.	Les potentiels retardés sont hors programme.
Caractère vectoriel des ondes électromagnétiques, états de polarisation.	On indiquera l'action d'une lame quart d'onde et d'une lame demi-onde sur un état de polarisation rectiligne. On supposera les lames « idéales », c'est-à-dire sans absorption. Toute étude de leur structure, de leur fonctionnement et de leur réalisation pratique est hors programme. L'étude des lames ne pourra faire l'objet de questions aux concours qu'en travaux pratiques.
Comportement, sous incidence normale, d'une onde électromagnétique au voisinage d'un conducteur. Limite du conducteur parfait.	
6. RAYONNEMENT.	
Champ électromagnétique rayonné à grande distance par un dipôle électrique. Puissance rayonnée.	On énoncera sans démonstration la formule donnant le champ électromagnétique rayonné à grande distance, dont la connaissance ne pourra être exigée ni aux épreuves écrites ni aux épreuves orales.

Programme	*Commentaires*
Approximation locale par une onde plane.	La théorie générale du rayonnement est hors programme. Toute étude des antennes est hors programme.

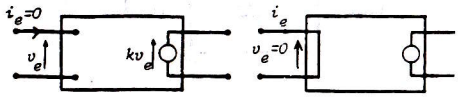
D) *CIRCUITS ÉLECTRONIQUES*

L'enseignement de l'électronique a débuté en classe de mathématiques supérieures. Il a été volontairement axé sur le concret, et il s'est appuyé sur des travaux de laboratoire devant familiariser les élèves avec la pratique de l'amplificateur opérationnel.

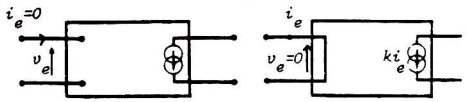
Le programme de mathématiques spéciales, partant de cet acquis expérimental, introduit le formalisme et les concepts de base qui sont essentiels pour *modéliser* un circuit électronique, dans le double objectif de sa *conception* et de son *analyse*.

A nouveau, et à ce second stade, les travaux pratiques jouent dans cette initiation un rôle primordial.

CONCEPTS ESSENTIELS.	
Signal, source, opérateur, charge. Opérateur unidirectionnel.	Dans cette présentation, on adopte les restrictions suivantes : le signal est l'amplitude instantanée d'une tension ou d'un courant ; la source est modélisée par sa représentation de Thévenin ou de Norton ; l'opérateur unidirectionnel est constitué par un (ou des) dipôle(s) d'entrée et un dipôle de sortie ; il existe (ou non) une liaison commune (masse) entre la (ou les) entrée(s) et la sortie ; la charge est une résistance pure. Ce paragraphe est une introduction à traiter brièvement.
OPÉRATEURS « MULTIPLICATION PAR UNE CONSTANTE ».	
Opérateurs idéaux : définition par les modèles à source liée. Gain en puissance. Nécessité d'un apport d'énergie.	Un opérateur « multiplication par une constante » *idéal* réalise une des quatre fonctions représentées sur les figures ci-dessous. Il est unidirectionnel et ne prélève pas d'énergie en entrée.



Amplificateur de tension idéal



Amplificateur de courant idéal

Programme

Commentaires

Le nom usuel d'amplificateur est restreint aux opérateurs dont les signaux d'entrée et de sortie sont de même type et dont le coefficient multiplicatif, sans dimension, est, en valeur absolue, supérieur à l'unité.

Opérateurs réels unidirectionnels.

Modèle de l'opérateur (par schéma équivalent): existence éventuelle de décalage en sortie, résistances d'entrée et de sortie.

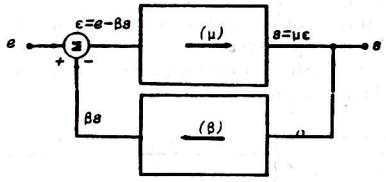
A l'occasion des travaux pratiques, et uniquement pour l'amplificateur de tension, le professeur introduira des méthodes de calcul ou de mesure du décalage en sortie, du coefficient multiplicatif et des résistances d'entrée et de sortie. Compte tenu de l'existence possible d'un décalage, le calcul (ou la mesure) s'effectue vis-à-vis des variations. On ne prendra pas d'exemples d'opérateurs non unidirectionnels tels que la valeur de la résistance de charge intervienne dans celle de la résistance d'entrée et, de même, tels que la valeur de la résistance de la source intervienne dans celle de la résistance de sortie.

Le professeur mettra en évidence les limitations linéaires (bande passante) et non linéaires (saturation en tension et éventuellement en courant de sortie, vitesse de balayage).

RÉTROACTION.

Introduction à la rétroaction.

Cette notion sera introduite à partir du schéma-bloc suivant, comportant deux opérateurs de proportionnalité idéaux et un soustracteur.



Les coefficients multiplicatifs μ et β sont réels.

On traitera en exercice le cas où s = μ e + constante. On étudiera également le cas où la sortie de l'opérateur (μ) est solution de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants:

$$\tau_0 \frac{\partial s}{\partial t} + s(t) = \mu_0 \, \varepsilon(t)$$

Les coefficients μ_0 et τ_0 sont positifs.

On introduit lors de cette étude la notion de produit gain × bande passante.

Aucune autre généralisation à d'autres types d'opérateurs ne sera effectuée.

Notion de stabilité.

La notion de stabilité sera introduite à partir de l'étude précédemment effectuée dans le cas où entrée et sortie de l'opérateur (μ) sont liées par l'équation:

$$\tau \frac{\partial s}{\partial t} + s(t) = \mu_0 \, \varepsilon(t)$$

et où β est positif ou négatif.

Programme

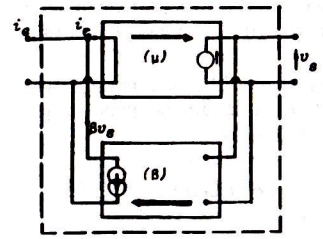
Commentaires

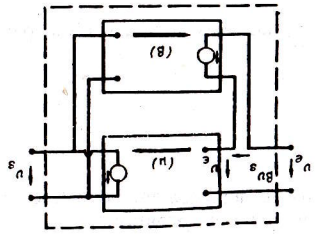
Cas où μβ est très supérieur à 1.

Application aux circuits électriques.

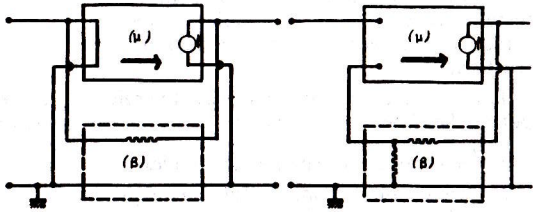
Analyse des deux circuits avec rétroaction et identification au schéma-bloc.

L'étude des conditions d'oscillation est hors programme, de même que l'étude des critères de stabilité algébriques ou graphiques utilisant la notion de fonction de transfert.



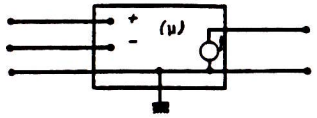


On remarquera que la condition (μ) idéal permet d'utiliser pour (β) un opérateur non idéal (et même non unidirectionnel). On se bornera à l'analyse des deux schémas particuliers suivants, et l'on n'effectuera aucune généralisation:



Cas où (β) est un réseau résistif.

Lors de l'analyse de ces schémas, on évoquera le problème de liaison-masse et on introduira la notion d'amplificateur différentiel:



En conclusion de cette étude, on justifiera les circuits à amplificateurs opérationnels étudiés en classe de mathématiques supérieures.

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES P, P'

A) *MÉCANIQUE*

Le programme de mécanique des systèmes s'appuie sur celui de mécanique des sytèmes de *points matériels* des classes de mathématiques supérieures, dans lequel la plupart des concepts cinétiques dynamiques, énergétiques et théorèmes associés ont été introduits, en les étendant à des situations où la répartition de masse est décrite par une distribution continue.

En ce qui concerne la mécanique des fluides, en vue d'éviter tout dépassement de ce programme, il est précisé qu'aucun sujet d'écrit ou question d'oral de concours ne peut porter sur les fluides visqueux.

Pour l'étude du moment cinétique d'un solide indéformable, le commentaire est restrictif et aucun sujet d'écrit ou question d'oral de concours ne peut supposer connues les notions d'opérateur d'inertie ou d'axes principaux.

Programme	*Commentaires*
Mécanique des systèmes.	Les formalismes lagrangien et hamiltonien ne sont pas au programme.
1. Système matériel. Centre d'inertie. Champ des vitesses. Énergie cinétique.	La connaissance des torseurs n'est pas exigible des élèves.
2. Forces et couples extérieurs à un système matériel; forces et couples donnés; forces et couples de liaison; action et réaction.	
Travail d'un système de forces. Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Les notions de déplacement virtuel et de travail virtuel sont hors programme.
3. Éléments de mécanique des fluides.	
Modèle du fluide continu, fluide en équilibre, champ de pression, éléments de statique.	
Champ des vitesses. Flux de masse, conservation de la masse.	Cette étude pourra servir à faire ressortir la signification concrète des opérateurs vectoriels: divergence, rotationnel.
Écoulement stationnaire; ligne et tube de courant.	
Fluide incompressible et sans viscosité.	L'étude dynamique des fluides compressibles est hors programme.
Équation d'Euler. Relation de Bernoulli.	
4. Solides indéformables.	
Contact de deux solides; frottement de glissement.	On citera les trois types de frottement, mais on ne traitera que les lois de Coulomb relatives au frottement de glissement. Aucun problème ou exercice ne sera donné sur le frottement de roulement et de pivotement. Ce chapitre sera l'occasion de faire ressortir la notion de médélisation et la nécessité d'un traitement phénoménologique du problème physique considéré.
Mouvement d'un solide mobile autour d'un axe fixe. Moment cinétique.	L'opérateur d'inertie et l'ellipsoïde d'inertie sont hors programme. En vue d'illustrer le fait que la direction du moment cinétique et l'axe de rotation du solide sont en général distincts, on se limitera donc à des exemples simples pour lesquels le moment cinétique est calculable directement.
	Aucune question ne pourra porter sur le mouvement d'un solide ayant plus d'un degré de liberté de rotation.

B) *PHYSIQUE ONDULATOIRE*

Cette partie du programme sera étudiée en liaison notamment avec la partie C — Électromagnétisme.

L'ordre de présentation est laissé au libre choix du professeur.

Programme	*Commentaires*
1. ÉQUATION D'ONDE CLASSIQUE A UNE DIMENSION.	La forme de l'équation d'onde sera établie dans deux cas : ondes électromagnétiques, propagation d'une onde longitudinale dans un fluide.
Forme générale des solutions; solutions stationnaires; ondes progressives; principe de superposition. Vibrations longitudinales et transversales.	On se limitera à une description qualitative et expérimentale.
Solution avec deux conditions aux limites; modes propres;. superposition de solutions stationnaires, analyse en série de Fourier.	
Ondes planes progressives, vecteur d'onde.	
Paquet d'ondes.	
2. INTERFÉRENCES, DIFFRACTION.	
Interférences non localisées entre deux ondes cohérentes.	Toute étude générale de la cohérence est exclue. On se limitera au cas d'ondes scalaires. En optique, on utilisera la représentation scalaire.
Interférences à l'infini entre N ondes cohérentes: réseaux plans, pouvoir dispersif et pouvoir de résolution.	
Principe de Huygens-Fresnel; diffraction à l'infini d'une onde plane par une ouverture rectangulaire, cas de la fente. Rôle de la diffraction en pratique dans l'utilisation des réseaux et dans le pouvoir séparateur des instruments d'optique.	Le principe de Huygens-Fresnel sera simplement énoncé.
3. OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.	
Approximation de l'optique géométrique; rayons lumineux; réflexion, réfraction.	On se bornera à une description qualitative de cette approximation.
Principe de Fermat, conséquences.	
Miroirs sphériques et lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.	Toute étude générale des systèmes centrés est exclue. La méthode matricielle est hors programme. Le but est de familiariser les élèves avec des montages simples

Programme	*Commentaires*
	comportant des lentilles et des miroirs. Il est particulièrement recommandé d'utiliser des représentations géométriques. L'étude du prisme sera faite en travaux pratiques.

C) *ÉLECTROMAGNÉTISME*

Une épreuve portant *uniquement* sur les phénomènes de rayonnement est exclue.

1. Électrostatique.

Équilibre électrostatique d'un conducteur dans le vide : théorème de Coulomb.	
Condensateurs.	
Énergie d'un condensateur.	On introduira, à propos du condensateur plan, la densité volumique d'énergie $\frac{\varepsilon_0}{2} E^2$. On admettra la validité générale de cette expression ; l'expression de l'énergie électrostatique en fonction du potentiel et de la densité de charges est en dehors du programme.

2. Magnétostatique dans le vide.

Champ magnétique défini par son action sur des courants. Force de Lorentz, force de Laplace. Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit filiforme indéformable, moment magnétique, énergie potentielle d'interaction, couple.	
Les courants comme sources du champ magnétique. Champ créé par une distribution stationnaire de courants. Loi de Biot et Savart. Conservation du flux de $\vec{B}$.	
Potentiel vecteur $\vec{A}$. Expression du potentiel vecteur créé par une distribution stationnaire de courants. Théorème d'Ampère.	Le potentiel scalaire magnétique est hors programme.
Équations locales du champ magnétostatique.	
Dipôle magnétique : signification physique.	
Champ créé, actions subies.	

3. Induction.

Champ électromoteur d'induction ; f.e.m. d'induction pour un circuit ou une portion de circuit filiformes.	On considérera le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique stationnaire et le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable.
Induction mutuelle de deux circuits ; induction propre. Énergie magnétique.	On se limitera au cas de deux circuits filiformes.

Programme	*Commentaires*
	On introduira à propos du solénoïde infini la densité d'énergie $\frac{B^2}{2\mu_0}$ dont on admettra la validité générale ; l'expression de l'énergie magnétostatique $\iiint \frac{1}{2} \vec{j} . \vec{A}\, d\tau$ est en dehors du programme.
Expression de la loi de Faraday sous forme locale.	

4. Équations de Maxwell.

Équations de Maxwell.	Le formalisme quadridimensionnel et les transformations relativistes des champs sont hors programme.
Énergie électromagnétique, puissance échangée entre un champ électromagnétique et des porteurs de charges libres. Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique.	

5. Propagation.

Équation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide. Transversalité des champs.	Les potentiels retardés sont hors programme.
Caractère vectoriel des ondes électromagnétiques, états de polarisation.	On indiquera l'action d'une lame quart d'onde et d'une lame demi-onde sur un état de polarisation rectiligne. On supposera les lames « idéales », c'est-à-dire sans absorption. Toute étude de leur structure, de leur fonctionnement et de leur réalisation pratique est hors programme. L'étude des lames ne pourra faire l'objet de questions aux concours qu'en travaux pratiques.
Comportement, sous incidence normale, d'une onde électromagnétique au voisinage d'un conducteur. Limite du conducteur parfait.	

6. Rayonnement.

Champ électromagnétique rayonné à grande distance par un dipôle électrique.	On énoncera sans démonstration la formule donnant le champ électromagnétique rayonné à grande distance, dont la connaissance ne pourra être exigée ni aux épreuves écrites, ni aux épreuves orales.
Puissance rayonnée.	
Approximation locale par une onde plane.	La théorie générale du rayonnement est hors programme. Toute étude des antennes est hors programme.

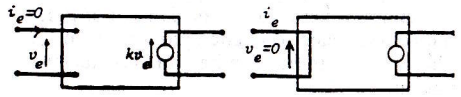
D) *CIRCUITS ÉLECTRONIQUES*

L'enseignement de l'électronique a débuté en classe de mathématiques supérieures. Il a été volontairement axé sur le concret et il s'est appuyé sur des travaux de laboratoire devant familiariser les élèves avec la pratique de l'amplificateur opérationnel.

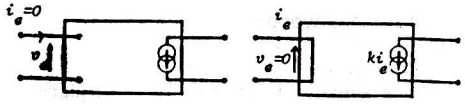
Le programme de mathématiques spéciales, partant de cet acquis expérimental, introduit le formalisme et les concepts de base qui sont essentiels pour *modéliser* un circuit électronique, dans le double objectif de sa *conception* et de son *analyse*.

A nouveau, et à ce second stade, les travaux pratiques jouent dans cette initiation un rôle primordial.

Programme	*Commentaires*
CONCEPTS ESSENTIELS.	
Signal, source, opérateur, charge. Opérateur unidirectionnel.	Dans cette présentation, on adopte les restrictions suivantes: le signal est l'amplitude instantanée d'une tension ou d'un courant; la source est modélisée par sa représentation de Thévenin ou de Norton; l'opérateur unidirectionnel est constitué par un (ou des) dipôle(s) d'entrée et un dipôle de sortie; il existe (ou non) une liaison commune (masse) entre la (ou les) entrée(s) et la sortie; la charge est une résistance pure. Ce paragraphe est une introduction à traiter brièvement.
OPÉRATEURS « MULTIPLICATION PAR UNE CONSTANTE ».	
Opérateurs idéaux: définition par les modèles à source liée. Gain en puissance. Nécessité d'un apport d'énergie.	Un opérateur « multiplication par une constante » *idéal* réalise une des quatre fonctions représentées sur les figures ci-dessous. Il est unidirectionnel et ne prélève pas d'énergie d'entrée.

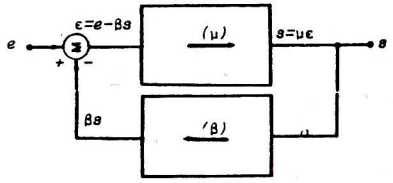


Amplificateur de tension idéal



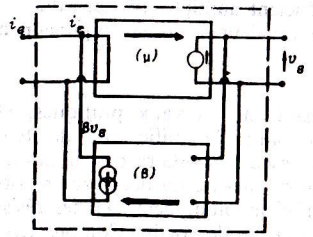
Amplificateur de courant idéal

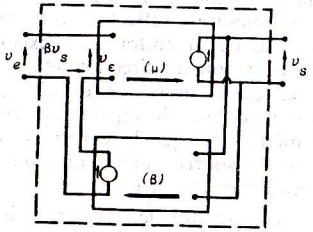
Programme	*Commentaires*
	Le nom usuel d'amplificateur est restreint aux opérateurs dont les signaux d'entrée et de sortie sont de même type et dont le coefficient multiplicatif, sans dimension, est, en valeur absolue, supérieur à l'unité.
Opérateurs réels unidirectionnels. Modèle de l'opérateur (par schéma équivalent): existence éventuelle de décalage en sortie, résistances d'entrée et de sortie.	A l'occasion des travaux pratiques, et uniquement pour l'amplificateur de tension, le professeur introduira des méthodes de calcul ou de mesure du décalage en sortie, du coefficient multiplicatif et des résistances d'entrée et de sortie. Compte tenu de l'existence possible d'un décalage, le calcul (ou la mesure) s'effectue vis-à-vis des variations. On ne prendra pas d'exemples d'opérateurs non unidirectionnels tels que la valeur de la résistance de charge intervienne dans celle de la résistance d'entrée et, de même, tels que la valeur de la résistance de la source intervienne dans celle de la résistance de sortie. Le professeur mettra en évidence les limitations linéaires (bande passante) et non linéaires (saturation en tension et éventuellement en courant de sortie, vitesse de balayage).
RÉTROACTION.	
Introduction à la rétroaction. Cette notion sera introduite à partir du schéma-bloc suivant, comportant deux opérateurs de proportionnalité idéaux et un soustracteur.	Les coefficients multiplicatifs μ et β sont réels. On traitera en exercice le cas où $s = \mu\,\varepsilon$ + constante. On étudiera également le cas où la sortie de l'opérateur (μ) est solution de l'équation différentielle linéaire à coefficients contants: $\tau_0 \dfrac{ds}{dt} + s(t) = \mu_0\,\varepsilon(t).$ Les coefficients μ_0 et τ_0 sont positifs. On introduira lors de cette étude la notion de produit gain × bande passante. Aucune autre généralisation à d'autres types d'opérateurs ne sera effectuée.
Notion de stabilité. Cas où $\mu\,\beta$ est très supérieur à 1.	La notion de stabilité sera introduite à partir de l'étude précédemment effectuée dans le cas où entrée et sortie de l'opérateur (μ) sont liées par l'équation: $\tau_0 \dfrac{ds}{dt} + s(t) = \mu_0\,\varepsilon(t).$
Application aux circuits électriques.	



Programme

Analyse des deux circuits avec rétroaction et identification au schéma-bloc.





Cas où (β) est un réseau résistif.

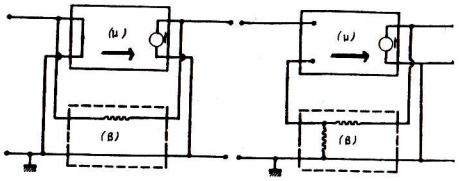
En conclusion de cette étude, on justifiera les circuits à amplificateurs opérationnels étudiés en classe de mathématiques supérieures.

Commentaires

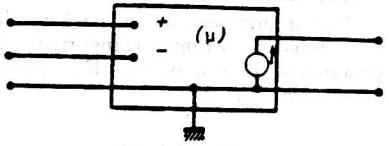
et où β est positif ou négatif.

L'étude des conditions d'oscillation est hors programme, de même que l'étude des critères de stabilité algébriques ou graphiques utilisant la notion de fonction de transfert.

On remarquera que la condition (μ) idéal permet d'utiliser pour (β) un opérateur non idéal (et même non unidirectionnel). On se bornera à l'analyse des deux schémas particuliers suivants, et l'on n'effectuera aucune généralisation :



Lors de l'analyse de ces schémas, on évoquera le problème de liaison-masse et on introduira la notion d'amplificateur différentiel :



E) *MILIEUX*

1. Milieux diélectriques

Notions sur les processus microscopiques de polarisation : polarisation électronique, atomique et ionique, polarisation d'orientation.

Champ électrique macroscopique. Vecteur polarisation macroscopique. Distribution macroscopique de charges équivalentes ; densité de courant équivalente dans le cas d'une polarisation variable dans le temps.

Toute étude thermodynamique des propriétés des milieux diélectriques est hors programme.

Les aspects dynamiques seront abordés et illustrés à l'aide du modèle de la « charge élastiquement liée » pour la polarisation électronique et du modèle de Debye avec l'introduction d'un temps de relaxation pour la polarisation d'orientation.

Programme

Approximation linéaire ; susceptibilité.

Vecteur $\vec{D}$.

Relations de passage entre deux milieux.

Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, linéaire, homogène, isotrope et non magnétique ; dispersion ; absorption ; indice complexe ; vitesse de phase ; vitesse de groupe.

Commentaires

On introduira le champ macroscopique sans toutefois soulever les difficultés méthodologiques que posent cette moyenne.

On introduira la notion de champ local et on admettra l'expression de Lorentz pour les milieux denses isotropes.

On se limitera au cas des milieux isotropes.

Aucune dénomination n'est imposée pour le vecteur $\vec{D}$.

2. Milieux magnétiques

Sources microscopiques du champ magnétique. Moment magnétique et moment cinétique. Précession de Larmor.

Champ magnétique macroscopique $\vec{B}$. Vecteur aimantation macroscopique. Courants macroscopiques équivalents. Vecteurs $\vec{H}$.

Aimantation induite ; susceptibilité magnétique ; perméabilité.

Diamagnétisme. Paramagnétisme.

Ferromagnétisme. Étude macroscopique. Aimantation spontanée. Hystérésis. Importance pratique du ferromagnétisme.

Toute étude thermodynamique des propriétés des milieux magnétiques est hors programme.

Toute étude quantique est hors programme.

On introduira le champ magnétique macroscopique comme une moyenne spatiale du champ microscopique. Aucune dénomination n'est imposée pour le vecteur $\vec{H}$.

On interprétera le diamagnétisme à partir de la précession de Larmor. Pour le paramagnétisme, on traitera le modèle de Langevin ou un modèle à deux niveaux.

L'étude des circuits magnétiques est hors programme.

CHIMIE

PRÉAMBULE

Le programme de chimie des classes de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales, dans sa nouvelle présentation, forme un ensemble cohérent réparti sur les deux années.

La préparation du concours d'admission aux grandes écoles scientifiques et aux écoles d'ingénieurs implique la connaissance de tout le programme, qui pourra donc faire l'objet de toutes questions aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Toute liberté est laissée au professeur pour l'étude des divers sujets. Pour les concours, les connaissances exigibles sont strictement limitées au programme et à ses commentaires.

L'esprit dans lequel ce programme a été rédigé consiste à faire précéder l'exposé des principes par un exposé préalable des faits concrets tirés de l'expérience et/ou de l'observation.

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M'

A) *THERMODYNAMIQUE*

Des rappels des classes de mathématiques supérieures seront faits dans le but d'aborder l'étude des solutions électrolytiques. On se limitera à des solutions peu concentrées.

Programme	*Commentaires*
1. Application des deux principes à la réaction chimique.	
a) Variation élémentaire des grandeurs U, S, H, F, G au cours d'une réaction chimique.	
b) Notion d'affinité chimique A : sens d'évolution possible du système.	
2. Équilibres en système fermé.	On rappellera la définition d'un système fermé.
a) Équilibres entre phases : liquide/vapeur et solide/liquide.	On se limitera à l'étude des mélanges binaires. On n'abordera pas la lecture des diagrammes solide/liquide. La lecture des diagrammes liquide/vapeur pourra être illustrée par l'exemple de la distillation de l'air liquide.
b) 1° Équilibres chimiques en phase homogène ; équilibres généralisés en système polyphasé ; règle des phases ; variance.	
2° Loi dite « d'action des masses » ; calcul de la constante d'équilibre. Relation de Gibbs-Helmholtz et relation de Van't Hoff ; lois de déplacements des équilibres.	On pourra choisir comme exemple la formation des oxydes.

B) *SOLUTIONS AQUEUSES*

1. Équilibres et réactions acide-base, de formation de complexes et de précipitation.	Ces rappels s'effectueront à l'occasion d'exercices et de travaux pratiques.
2. Équilibres et réactions d'oxydo-réduction : systèmes rédox ; potentiel d'oxydo-réduction ; prévision des réactions d'oxydo-réduction ; variation de potentiel d'oxydo-réduction au cours des titrages rédox.	La formule de Nernst sera utilisée sans que sa démonstration soit au programme. Le potentiel d'oxydo-réduction sera symbolisé E.
3. Construction et utilisation du diagramme potentiel *p*H simplifié du fer.	On prendra seulement en considération les ions Fe (II) et Fe (III) hexahydratés qu'on notera Fe^{2+} et Fe^{3+}, les hydroxydes et le fer métallique. L'étude de la corrosion du fer n'est pas au programme.
4. Systèmes d'oxydo-réduction de l'eau ; stabilité des oxydants et des réducteurs en solution aqueuse.	

C) *CHIMIE MINÉRALE*

1. Exemples de chaînes de production industrielle :	
a) Ammoniac par synthèse.	
b) Acide nitrique par oxydation de l'ammoniac.	

Programme	*Commentaires*
c) Acide sulfurique à partir du sulfure d'hydrogène ; procédé de contact.	Pour chaque préparation (chaînes de production), on mettra en évidence les différentes étapes (opérations unitaires), leurs caractéristiques physiques ou chimiques ainsi que les contraintes thermodynamiques et cinétiques des réactions. On précisera l'origine et la nature des matières premières et, pour les matières transformées, leur utilisation en tant que matériau ou intermédiaire chimique ou produit à usage non industriel.
2. Propriétés chimiques de quelques composés : ammoniac et acide nitrique en solution aqueuse.	L'étude des propriétés chimiques des composés cités doit permettre une meilleure compréhension de leur utilisation et de leur préparation industrielle. Cette étude s'appuiera sur les travaux pratiques.
3. Utilisation de l'ammoniac, de l'acide sulfurique et de l'acide nitrique dans l'industrie des engrais.	

D) *CHIMIE ORGANIQUE*

Seuls les mécanismes indiqués, présentés sous forme schématique, sont au programme.	
1. Passage d'un dérivé monohalogéné d'un alcane à un organomagnésien mixte.	
2. Les alcènes.	
a) Étude fonctionnelle :	
1° Structure de la double liaison C = C.	On décrira les liaisons σ et π de la double liaison C = C.
2° Réactions d'addition avec l'hydrogène, les halogènes (mécanisme), les halogénures d'hydrogène (HF exclu) (mécanisme et orientation), l'acide sulfurique.	
b) La pétrolochimie : préparation de polyéthylène.	
1° Préparation des alcènes simples à partir des hydrocarbures fossiles.	
2° Polymérisation de l'éthylène.	On étudiera la réaction de polymérisation de l'éthylène à haute et basse pression en indiquant le mécanisme de la polymérisation à haute pression. On insistera sur l'influence des conditions expérimentales sur les propriétés des composés obtenus.
3. Les composés carbonylés :	
a) Structure du groupe carbonyle.	
b) Réactions d'addition avec l'hydrogène, le cyanure d'hydrogène (mécanisme), les organomagnésiens (mécanisme).	

Programme	*Commentaires*
c) Aldolisation (mécanisme en milieu basique).	
d) Oxydation des aldéhydes.	

E) *LA LIAISON CHIMIQUE*

Aucune question de cours ne sera posée sur ce programme à l'écrit ou à l'oral, mais les notions qui y figurent pourront être utilisées sur des exemples à l'occasion d'exercices. On se limitera aux liaisons faisant intervenir des orbitales atomiques *s* et *p*.

1. Notion de liaison chimique inter et intramoléculaire.	
2. Formule de Lewis pour les molécules simples. Règle de l'octet.	
3. Prévision de la géométrie de molécules simples par la méthode V S E P R en se limitant aux coordinences inférieures ou égales à 4.	
4. Description de la liaison covalente en théorie de la liaison de valence.	La théorie des orbitales moléculaires n'est pas au programme.
a) Hybridation. Applications aux liaisons covalentes localisées simples et multiples.	
b) Application à la liaison covalente délocalisée. Mésomérie; résonance.	

CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES P ET P'

A) *THERMODYNAMIQUE*

Des rappels du programme des classes de mathématiques supérieures seront faits dans le but d'aborder l'étude des solutions électrolytiques. On se limitera à des solutions peu concentrées.

1. Potentiel chimique d'un constituant dans une solution diluée; activité; états de référence.	On se limitera à la définition de l'activité et aux états de référence du solvant pur et du soluté en solution infiniment diluée.
2. Application des deux principes à la réaction chimique:	
a) Variation élémentaire des grandeurs U, S, H, F, G au cours d'une réaction chimique.	
b) Notion d'affinité chimique A: sens d'évolution possible du système.	
3. Équilibres en système fermé.	On rappellera la définition d'un système fermé.

Programme	*Commentaires*
a) Équilibres entre phases; liquide/vapeur et solide/liquide.	On se limitera à l'étude des mélanges binaires et à la lecture des diagrammes d'équilibre entre phases. Pour les équilibres solide/liquide, on abordera seulement les deux cas extrêmes de miscibilité totale et de miscibilité nulle à l'état solide pour les deux constituants.
b) 1° Équilibres chimiques en phase homogène; équilibres généralisés en système polyphasé; règle des phases; variance.	
2° Loi dite « d'action des masses »: calcul de la constante d'équilibre. Relation de Gibbs-Helmholtz et relation de Van't Hoff; lois de déplacement des équilibres.	On illustrera ces lois grâce aux exemples de la synthèse de l'ammoniac et de l'équilibre C, CO, CO_2.

B) *SOLUTIONS AQUEUSES*

1. Équilibres et réactions acide-base, de formation de complexes et de précipitation.	Ces rappels s'effectueront à l'occasion d'exercices et de travaux pratiques.
2. Équilibres et réactions d'oxydo-réduction : systèmes rédox ; potentiel d'oxydo-réduction; prévision des réactions d'oxydo-réduction; variation du potentiel d'oxydo-réduction au cours des titrages rédox.	La formule de Nernst sera utilisée sans que sa démonstration soit au programme. Le potentiel d'oxydo-réduction sera symbolisé E.
3. Construction et utilisation des diagrammes potentiel *p*H simplifiés du fer et du chlore.	Pour le fer, on prendra seulement en considération les ions Fe (II) et Fe (III) hexahydratés qu'on notera Fe^{2+} Fe^{3+}, les hydroxydes et le fer métallique. L'étude de la corrosion du fer n'est pas au programme. Pour le chlore, on se limitera aux degrés d'oxydation — 1, 0, et + 1: l'utilisation de tels diagrammes pourra faire l'objet de travaux pratiques.
4. Systèmes d'oxydo-réduction de l'eau; stabilité des oxydants et des réducteurs en solution aqueuse.	

C) *ÉTUDE DU SOLIDE CRISTALLISÉ*

1. Les divers types de solides cristallisés: moléculaire, covalent, ionique, métallique.	Sur un exemple de chaque type de solide (I_2, diamant, graphite, NaCl, Na), on comparera ces solides à l'aide des données physiques et en se reportant à la place des éléments dans la classification périodique.
2. Les cristaux métalliques: empilements des ions (structures h.c., c.f.c. et c.c.).	
3. Les cristaux ioniques.	
a) Le cristal ionique parfait: stéréochimie et dimensions des ions: énergie réticulaire, constante de Madelung.	On étudiera les structures des halogénures NaCl, CsCl et CaF_2. Le calcul de la constante de Madelung n'est pas au programme.

Programme	*Commentaires*
b) Le cristal réel :	
1) Évolution du caractère ionique.	L'étude sera limitée à l'examen qualitatif des données thermodynamiques (produits de solubilité et énergies réticulaires) et de structure (rayon ionique). Les halogénures métalliques NaCl, CsCl, AgCl peuvent être pris comme exemples.
2) Les défauts ponctuels.	On se limitera aux lacunes et aux ions interstitiels.
3) La non-stoechiométrie.	On se limitera à l'étude de l'oxyde de Fe (II).

D. *CHIMIE MINÉRALE*

L'étude des propriétés chimiques des composés cités doit permettre une meilleure compréhension de leur utilisation et de leur préparation industrielle. Pour chaque exemple traité, on mettra en évidence les préparations (chaînes de production), les différentes étapes (opérations unitaires), leurs caractéristiques physiques ou chimiques ainsi que les contraintes thermodynamiques et cinétiques des réactions. On précisera l'origine et la nature des matières premières et, pour les matières transformées, leur utilisation en tant que matériau ou intermédiaire chimique ou produit à usage non industriel.

Une proposition de répartition des temps est de 10 % pour les matières premières et produits, 20 % pour les procédés et de 70 % pour l'étude des propriétés chimiques.

I. Industrie des engrais azotés

1. Exemple de chaînes de production industrielle :

a) Ammoniac par synthèse.

b) Acide nitrique par oxydation de l'ammoniac.

Utilisation de l'ammoniac, de l'acide nitrique dans l'industrie des engrais.

II. Industrie du chlore et de la soude

1. Électrolyses du chlorure de sodium.

2. Étude des propriétés chimiques en solution aqueuse du chlore.

III. Métallurgies

1. Enthalpies libres standard de formation des oxydes. Diagrammes d'Ellingham.

2. Le silicium et le titane : préparation. — On se limitera à l'exposé du principe de chaque métallurgie, y compris la purification.

E) *CHIMIE ORGANIQUE*

L'étude des préparations est hors programme, mais on insistera sur les réactions importantes permettant de passer d'une fonction à une autre.

On introduira les bases de la nomenclature en fonction des besoins du programme.

On mettra en évidence les trois aspects suivants de la chimie organique :

mécanismes réactionnels (seuls ceux indiqués, présentés sous forme schématique, sont au programme).

Synthèse organique.

Applications industrielles.

Programme	*Commentaires*
1. Étude des carbures d'hydrogène.	
a) Les alcènes :	
1° Additions électrophiles : halogènes (mécanisme), halogénures (HF exclu) (mécanisme et orientation), acide hypochloreux, hydratation acide (mécanisme), ozonolyse.	L'hydroboration, l'oxosynthèse, l'alkylation ne sont pas au programme.
2° Additions radicalaires : addition du bromure d'hydrogène en milieu apolaire (mécanisme et orientation).	
3° Hydrogénation catalytique.	
b) Un exemple de pétrolochimie.	
Préparation des alcènes simples à partir des hydrocarbures fossiles.	
c) Les alcynes :	
1° Hydrogénation catalytique, hydratation.	
2° Alcynes vrais : acidité, application de la nucléophilie des alcynures.	
d) Le benzène :	
1° Aromaticité : délocalisation électronique, mésomérie.	Toute étude quantique est hors programme.
2° Substitution électrophile (mécanisme de la monosubstitution) : halogénation, nitration, sulfonation, alkylation et acylation.	
3° Polysubstitution ; orientation de la réaction sur le benzène monosubstitué.	
2. Étude des composés à liaison simple avec un hétéroatome.	
a) Les dérivés monohalogénés des alcanes : rappel.	
b) Les composés organomagnésiens mixtes.	
1° Préparation.	
2° Réactions de substitution électrophile avec les composés à « hydrogène mobile » et les composés à « halogène mobile ».	

Programme	*Commentaires*
3° Réactions d'addition nucléophile sur la liaison carbonyle (aldéhydes, cétones, chlorures d'acyle, esters, dioxyde de carbone) et sur l'époxyéthane.	
c) Les alcools :	
1° Réactivité nucléophile : formation d'étheroxydes, passage de ROH à RX (mécanisme) par action de $SOCl_2$ et PCl_5, estérification (mécanisme limité aux alcools primaires).	
2° Déshydratation.	
3° Oxydation.	
d) Les amines :	L'oxydation des amines n'est pas au programme.
1° Réactivité nucléophile ; alkylation (mécanisme), acylation (mécanisme).	
2° Action de l'acide nitreux.	
3. Étude des composés à liaisons multiples avec un hétéroatome.	
a) Le groupe carbonyle : aldéhydes et cétones :	
1° Additions nucléophiles : $LiAlH_4$; RMgX, CN^- (mécanismes) ; amines conduisant aux dérivés caractéristiques.	On se limitera aux mécanismes en milieu acide de l'obtention des dérivés caractéristiques.
2° Propriétés dues à l'hydrogène porté par le carbone en α du groupe carbonyle : équilibre de tautomérie, énol ; halogénation (mécanisme en milieu basique) ; aldolisation et cétolisation (mécanisme en milieu basique), crotonisation.	
3° Caractère réducteur des aldéhydes.	
b) Les acides carboxyliques et dérivés :	
1° Acidité.	
2° Passage aux chlorures d'acyle, anhydrides, esters, amides et nitriles.	Toute étude des propriétés des fonctions trivalentes est hors programme, sauf les réactions d'hydrolyse permettant de réformer l'acide carboxylique correspondant.
4. Influence réciproque du noyau benzénique et du substituant dans le cas du phénol et de l'aniline. Couplage diazoïque.	Toute étude de la synthèse du phénol et de l'aniline est hors programme. On se limitera aux influences respectives du noyau et du substituant, et toute étude détaillée des propriétés du phénol et de l'aniline est exclue ; on indiquera, en revanche, les réactions du couplage diazoïque avec l'aniline.

F) *LA LIAISON CHIMIQUE*

Aucune question de cours ne sera posée sur ce programme à l'écrit ou à l'oral, mais les notions qui y figurent pourront être utilisées sur des exemples à l'occasion d'exercices. On se limitera aux liaisons faisant intervenir des orbitales atomiques s et p.

Programme	*Commentaires*
1. Notion de liaison chimique inter et intramoléculaire.	
2. Formule de Lewis pour les molécules simples. Règle de l'octet.	
3. Prévision de la géométrie de molécules simples par la méthode VSEPR en se limitant aux coordinances inférieures ou égales à 4.	
4. Description de la liaison covalente en théorie de la liaison de valence.	La théorie des orbitales moléculaires n'est pas au programme.
a) Hybridation. Applications aux liaisons covalentes localisées simples et multiples.	
b) Application à la liaison covalente délocalisée, mésomérie ; résonance.	

TRAVAUX PRATIQUES DE SCIENCES PHYSIQUES DANS LES CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M', P, P'

(Note de service n° 84-229 du 2 juillet 1984)

Les élèves des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques doivent pouvoir atteindre un bon niveau de connaissances et de savoir-faire dans le domaine expérimental, compte tenu du temps imparti aux travaux pratiques dans chacune des sections. Pour que ce but soit atteint, il convient que les sujets de travaux pratiques proposés leur permettent d'acquérir une bonne maîtrise des appareils et des méthodes figurant au programme et les habituent à les utiliser en faisant preuve d'initiative et d'esprit critique. On doit s'efforcer de développer chez eux une bonne faculté d'adaptation à un problème qui peut être nouveau, à condition qu'il soit présenté de façon progressive. La nouveauté peut résider dans le phénomène étudié, dans la méthode particulière ou dans l'appareillage. Dans cette hypothèse, la séance doit comporter non seulement la manipulation proprement dite, mais aussi des temps de réflexion, de construction intellectuelle, de retour en arrière, d'échanges avec le professeur.

C'est pourquoi ce dernier choisira les sujets d'étude plus en fonction de leurs qualités formatrices qu'en fonction des phénomènes particuliers qui en constituent le support. Aidé par un commentaire suffisamment précis, surtout si le sujet traité fait intervenir un concept nouveau (ou un appareil nouveau), l'élève sera amené à réfléchir, à comprendre le phénomène par une série d'hypothèses, de vérifications expérimentales, qui exigeront de lui initiative, savoir-faire, rigueur, honnêteté intellectuelle. La séance de travaux pratiques donnera lieu, le plus souvent, à une synthèse écrite comportant, sous une forme succincte, l'indication et l'exploitation des résultats. A cet égard, on attachera de l'importance à leur présentation graphique.

Une trop grande exigence sur le savoir théorique et expérimental ne pourrait que conduire à une inflation qui irait à l'encontre du but recherché. La liste figurant en annexe à la présente note de service définit le programme maximal. A dessein, elle ne fixe pas une liste de travaux pratiques à exécuter, mais elle indique les méthodes expérimentales ainsi que les appareils accompagnés de leurs spécifications techniques qui seront utilisés au cours des séances de travaux pratiques.

Les professeurs de mathématiques supérieures et de mathématiques spéciales feront exécuter les travaux pratiques dans un esprit conforme à la présente note de service.

Les épreuves de travaux pratiques demandées aux concours d'admission de certaines grandes écoles seront établies à partir de cette liste, à compter de la session 1986. Ces épreuves, qui pourront faire appel aux connaissances acquises pendant les deux années de préparation, devront tenir compte de l'esprit dans lequel aura été dispensé l'enseignement, conformément aux indications de la présente note de service. Elles devront permettre de juger non seulement le savoir-faire mais aussi le sens critique, l'initiative, le réflexe et le comportement des candidats devant les réalités expérimentales; un compte rendu leur sera demandé.

Les candidats ne seront pas censés connaître des méthodes et des appareils autres que ceux figurant dans la liste donnée en annexe. S'ils étaient appelés à en utiliser d'autres, toutes les indications nécessaires devraient leur être fournies.

L'examinateur devra pondérer son exigence concernant la connaissance d'un même appareil ou d'une même méthode, selon l'option du concours, en tenant compte de l'horaire des travaux pratiques dans chacune des sections (deux heures en M et M', cinq heures en P et P').

Par l'importance donnée à cette épreuve, on souhaite, en particulier, continuer à améliorer dans l'esprit des candidats la relation qu'ils ont à faire entre le cours et les travaux pratiques et leur donner le goût des sciences expérimentales même s'ils n'en découvrent, à ce stade, que quelques-unes des méthodes.

Les dispositions de la présente note de service entreront en vigueur à la rentrée scolaire 1984 pour les classes de mathématiques supérieures et à la rentrée scolaire 1985 pour les classes de mathématiques spéciales M, M', T', P, P'.

(*B.O.* n° 28 du 12 juillet 1984.)

Annexe

PHYSIQUE

Les épreuves de travaux pratiques dans les concours porteront sur l'ensemble des thèmes que devront avoir étudiés les élèves tant en mathématiques supérieures qu'en mathématiques spéciales.

Nota. — Dans toute cette annexe, les astérisques (*) signalent des restrictions qui pourront porter:

Soit sur un appareil: auquel cas on ne saura exiger que le candidat connaisse plus que le principe de fonctionnement et l'utilisation sommaire;

Soit sur les méthodes: alors on ne saura exiger que leur principe très général.

I. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES*

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

a) Mesures courantes d'impédance, d'intensité, de tension, de fréquence et de déphasage, par appareils analogiques ou numériques et par oscilloscope. Tracé de caractéristiques.

b) (*) Méthodes de zéro: pont de Wheatstone et méthode d'opposition en courant continu.

c) (*) Mesures des grandeurs caractéristiques d'un système oscillant.

d) Mesures courantes des paramètres caractéristiques d'un montage amplificateur de tension: gain en tension, résistances d'entrée et de sortie, fréquences de coupure à — 3 dB; niveau de saturation en tension et vitesse de balayage. (L'amplificateur de tension est réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel et de résistances associées.)

e) Réalisation et caractérisation d'opérateurs linéaires à amplificateur opérationnel tels qu'amplificateur de tension, inverseur, sommateur, intégrateur; exemple d'opérateur non linéaire: comparateur.

f) Mesure d'une conductivité thermique.

2. Appareils

Utilisation et spécifications des appareils suivants:

Oscilloscope.

Entrées continu et alternatif; sensibilités verticale et horizontale, fonctionnement en XY; vitesse de balayage; existence et utilisation d'une synchronisation; limitations d'utilisation dues à l'existence de fréquences de coupures et d'une impédance d'entrée.

Générateur de signaux.

Gamme de fréquences; signaux sinusoïdaux et périodiques; impédance de sortie; tension de sortie.

Alimentation stabilisée tension-courant.

Gammes de tension et de courant: limitations en tension et en courant.

Voltmètre, ampèremètre, multimètre analogiques ou numériques.

Type d'appareil; résistance interne; calibres; fonctionnement en ohmmètre.

Boîtes de résistances.

Précision; intensité maximale.

Boîtes de capacité.

Précision; tension maximale.

(*) *Thermocouple.*

II. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES M, M', T'*

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

1.1. *Circuits électriques et électroniques*

Les thèmes des paragraphes *a)* à *e)* de la classe de mathématiques supérieures seront approfondis. En particulier, on prédéterminera et modélisera les circuits relatifs aux opérateurs linéaires et on mettra en évidence le principe de la rétroaction. On signalera les précautions d'emploi relatives aux amplificateurs opérationnels.

1.2. *Optique*

a) Formation d'images par un système optique simple.

b) Expériences simples d'interférences à deux ondes.

c) Production et analyse d'une lumière totalement polarisée (rectiligne, elliptique et circulaire).

2. Appareils

A la liste des appareils électriques et électroniques établie pour la classe de mathématiques supérieures, il convient d'ajouter la liste suivante pour l'optique :

Lentilles et miroirs plans et (*) sphériques.

Collimateur.

(*) Viseur à frontale fixe et viseur dioptrique.

Polariseur, lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$.

(*) Lampes spectrales; (*) Laser (précaution d'emploi).

III. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES P, P'*

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

1.1. *Circuits électriques et électroniques*

a) Les thèmes des paragraphes *a)* à *e)* de la classe de mathématiques supérieures seront repris en vue de leur approfondissement. En particulier, le paragraphe *e)*, relatif à la réalisation d'opérateurs, fera l'objet de prédétermination et de modélisation des circuits. L'étude de la rétroaction sera faite. Les caractérisations et précautions d'emploi des opérateurs à amplificateur opérationnel seront mises en évidence.

b) (*) Méthodes de ponts en courant alternatif sinusoïdal.

1.2. *Optique et physique ondulatoire*

a) Pointés longitudinaux et transversaux, mesures d'angles et de longueurs.

b) Expériences simples d'interférences à deux ondes et à ondes multiples.

c) Production et analyse d'une lumière totalement polarisée (rectiligne, elliptique et circulaire).

d) Diffraction par une ouverture rectangulaire.

2. Appareils

A la liste des appareils électriques et électroniques établie pour la classe de mathématiques supérieures, il convient d'ajouter la liste suivante :

(*) Transformateur d'isolement; autotransformateur.

(*) Détecteurs photoélectriques.

Lentilles; dioptres et miroirs, sphériques ou plans.

(*) Viseur à frontale fixe et viseur dioptrique.

Lunette autocollimatrice.

Collimateur.

Goniomètre (réglage et mise en œuvre).

(*) Spectroscope à prisme et à réseau.

Réseaux par transmission et réflexion.

Interféromètre de Michelson (réglage et mise en œuvre).

Polariseurs : lames $\lambda/4$ et $\lambda/2$.

(*) Lampes spectrales. (*) Laser (précautions d'emploi).

CHIMIE

Les épreuves de travaux pratiques dans les concours porteront sur l'ensemble des thèmes que devront avoir étudiés les élèves tant en mathématiques supérieures qu'en mathématiques spéciales.

I. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES*

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

1. Étude d'une cinétique chimique.

2. Illustration et interprétation des propriétés qualitatives des ions en solution aqueuse : précipitation, complexation, oxydo-réduction, réactions acido-basiques en utilisant les ions suivants :

Cations : ammonium, argent cuivre II, fer II et fer III, plomb II, aluminium ;
Anions : chlorure, bromure, iodure, sulfure, sulfite, sulfate, thiosulfate, carbonate.

3. Méthodes simples des dosages volumétriques.

4. Expériences illustrant les propriétés des oxydes.

2. Appareils

*p*H-mètre, potentiomètre, conductimètre.

Modèles moléculaires.

Balance monoplateau.

II. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES*

OPTION M, M', T',

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

1. Détermination des constantes d'équilibre en solution aqueuse (constante d'acidité, produit de solubilité, constante de stabilité de complexes).

2. Méthodes de dosages volumétriques.

3. Expériences illustrant les propriétés de HNO_3 et NH_3 en solution aqueuse.

2. Appareils

*p*H-mètre, potentiomètre, conductimètre.

Modèles moléculaires.

Balance monoplateau.

III. *CLASSES DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES*

OPTION P, P'

1. Thèmes et méthodes que doivent avoir étudiés les élèves

1. Étude d'une cinétique chimique.

2. Détermination des constantes d'équilibre en solution aqueuse (constante d'acidité, produit de solubilité, constante de stabilité des complexes, potentiel d'oxydo-réduction).

3. Méthodes de dosages volumétriques.

4. Illustration et interprétation des propriétés qualitatives d'ions (sans liste limitative) en solution aqueuse : précipitation, complexation, oxydo-réduction, oxydo-basicité).

On s'appuiera sur des documents et des tables de constantes; ce type de documents et de tables sera fourni aux candidats lors des épreuves orales.

5. Préparations simples, séparation, purification et caractérisation en chimie organique utilisant les fonctions au programme: extraction, recristallisation, distillation sous pression atmosphérique, dérivés caractéristiques.

2. Appareils

*p*H-mètre, potentiomètre, conductimètre.

Modèles moléculaires.

Balance monoplateau.

Spectrophotomètre en lumière visible.

Banc Koffer.

Matériel de chromatographie en couches minces.

Tables de fréquences I.R. (ce type de tables sera fourni aux candidats lors des épreuves de concours).

Postes de chimie organique: chauffage électrique, agitateurs; réacteurs, ampoules à brome, ampoule à décanter; colonne à distiller, réfrigérant; trompe à eau, matériel de filtration.

Classes de mathématiques supérieures et spéciales MM' et PP'

PROGRAMME D'INFORMATIQUE

(Annexe IV de l'arrêté du 17 juillet 1987)

OBJECTIFS GÉNÉRAUX ET LIGNES DIRECTRICES

L'enseignement de l'informatique dans les classes préparatoires constitue une introduction à l'utilisation des ordinateurs dans l'enseignement scientifique. Son objectif est d'offrir :

Une introduction élémentaire à l'algorithmique et à la programmation (illustrée en Pascal enrichi de composants logiciels prédéfinis) ;

Une familiarisation avec l'utilisation d'outils informatiques évolués (modélisations, simulations, bases de données, visualisation et exploitation de résultats expérimentaux...) en vue de permettre l'approfondissement des disciplines scientifiques et techniques.

● En ce qui concerne l'algorithmique et la programmation, la démarche qu'il s'agit de faire comprendre et d'illustrer est la suivante :

Mise en forme et analyse d'un problème ;
Recherche d'algorithmes adaptés au problème ;
Organisation des données ;
Construction méthodique d'un programme modulaire, clair et documenté ;
Mise en œuvre d'un programme sur ordinateur ;
Expérimentation avec des jeux de données convenablement choisis ;
En conclusion, évaluation critique des résultats obtenus au regard du problème posé.

L'enseignement de la programmation est limité à un petit nombre de concepts permettant de décrire un enchaînement d'opérations de base sur des objets qui s'exprime par un programme exécutable par un ordinateur. Les algorithmes à mettre en œuvre seront de type numérique ou algébrique. Ceux dont la connaissance est exigible des élèves sont en nombre très restreint. L'objectif principal est d'entraîner les élèves à combiner, sur des exemples simples, un petit nombre d'instructions ou de composants logiciels dont la fonction est clairement indiquée, en vue de résoudre un problème donné. Aucune connaissance spécifique n'est exigible sur la complexité des algorithmes et sur les techniques de preuve de programmes.

La mise en œuvre des programmes se fait sous forme de travaux pratiques sur micro-ordinateurs en utilisant un sous-ensemble du langage Pascal et un environnement de programmation. Ceci suppose que l'on sache éditer un texte, utiliser une bibliothèque, enregistrer un programme sur disquette, exécuter un programme, corriger les erreurs et imprimer les résultats obtenus sous forme textuelle ou graphique.

Les problèmes à traiter seront recherchés dans les programmes des disciplines enseignées dans les classes concernées.

● En ce qui concerne les outils informatiques, il s'agit de familiariser les élèves avec l'utilisation de logiciels qui fournissent un support à l'intuition par la confrontation rapide et commode des hypothèses et des résultats, et permettent :

D'enrichir la compréhension des phénomènes mathématiques et des modèles physiques par l'examen expérimental de leurs comportements en fonction de divers paramètres ;

De mieux cerner la notion de domaine de validité d'une hypothèse ou d'une méthode par l'étude de cas limites ;

D'étudier certains problèmes par la mise en œuvre de modèles dont la résolution numérique manuelle serait trop lourde ou trop complexe.

Ce faisant, il faudra attirer l'attention des élèves sur la nécessité d'une évaluation critique de tout résultat fourni par un programme ou un logiciel, en prenant en compte le domaine de validité du modèle utilisé, la nature des algorithmes mis en œuvre ainsi que la précision des calculs effectués par l'ordinateur.

Dans la mesure du possible, il faudra également familiariser les élèves avec l'utilisation, comme aide à la mémoire, de bases de données scientifiques adaptées aux classes concernées.

PROGRAMME

1. Algorithmique et programmation

La notion d'*algorithme* ayant été introduite et illustrée en mathématiques, on mettra en évidence les problèmes posés par l'automatisation de l'exécution des algorithmes en présentant le langage de programmation, d'une part, comme un outil de description de l'activité d'une machine et, d'autre part, comme un outil de communication avec cette machine.

Au travers de l'apprentissage d'un sous-ensemble du langage Pascal, on dégagera sur des exemples quelques *concepts fondamentaux de la programmation,* en insistant sur la décomposition des programmes en modules indépendants clairement documentés :

— Représentation des objets à l'aide de constantes, variables et tableaux de types booléens, entiers et réels ;

— Description des opérations de base en termes d'affectations à des variables ou éléments de tableaux de valeurs calculées à l'aide d'expressions, de déclarations de procédures et de fonctions ;

— Enchaînement d'opérations de base par composition séquentielle, alternative (tests) ou itérative (répétition).

2. Sous-ensemble de Pascal

Les *éléments lexicaux* (autres que les mots réservés et les symboles spéciaux) sont les commentaires, les constantes de type booléen, entier et réel, les identificateurs et les chaînes de caractères constantes [uniquement utilisées dans les instructions d'écriture (write et writeln, sans caractères de contrôle)].

Un *programme (program... begin... end.)* peut comprendre l'emploi de composants logiciels prédéfinis.

Les *types scalaires* booléen (boolean), entier (integer) et réel (real) étant prédéclarés, les déclarations de types sont limitées aux *types tableaux* à une ou plusieurs dimensions d'éléments de type booléen, entier ou réel.

Les déclarations comprennent également les déclarations de *variables* de type booléen, entier, réel ou de *tableaux* à une ou plusieurs dimensions d'éléments de type booléen, entier, réel.

Les *procédures et fonctions* sont déclarées à un seul niveau d'imbrication (sans déclaration de procédures ou fonctions à l'intérieur de procédures ou fonctions).

Elles peuvent être éventuellement récursives (aucune connaissance sur la récursivité ne sera exigée des élèves). Elles peuvent comporter des *paramètres passés par valeur ou par variable* de type booléen, entier, réel ou tableau à une ou plusieurs dimensions d'éléments de type booléen, entier, réel.

Les *expressions* sont construites en utilisant :

Les *opérateurs arithmétiques entiers* identité (+ unaire), signe opposé (— unaire), addition (+ binaire), soustraction (— binaire), multiplication (*), division entière [quotient (div) et reste (mod)] ;

Les *opérateurs arithmétiques réels* identité (+ unaire), signe opposé (— unaire), addition (+ binaire), soustraction (— binaire), multiplication (*), division (/) ;

Les *opérateurs de comparaison* d'entiers ou de réels inférieur ou égal (<=), inférieur (<), égal (=), différent (< >), supérieur (>), supérieur ou égal (>=) ;

Les *opérateurs booléens* négation (not), conjonction (and) et disjonction (or) ;

Les *appels de fonctions.*

Les *instructions simples* comprennent l'*affectation* (: =) à une variable simple de type booléen, entier, réel ou à un élément de tableau de type booléen, entier, réel, la *lecture* de valeurs de variables simples de types entier et réel ou d'éléments de tableau de types entier et réel (instruction readln), l'*écriture* de chaînes de caractères et de valeurs entières ou réelles avec ou sans format d'écriture (instructions write et writeln) et l'*appel de procédure.*

Les *instructions composées* sont la séquence (*begin... end*), l'*alternative (if... then...* ou *if... then... else...)* et l'*itération (for... : =... to... do... , for... : =... down-to... do... , while... do...* et *repeat... until...).*

3. Environnement de programmation

L'environnement de programmation que les élèves doivent savoir utiliser constitue une première introduction à l'utilisation des systèmes d'exploitation des ordinateurs. Il permet :

L'édition de texte pleine page (avec des commandes de déplacement de la fenêtre et du curseur d'édition ainsi que des commandes d'insertion, de modification et de suppression de texte) ;

La compilation de programmes Pascal incluant des composants logiciels (modules de bibliothèque et procédures ou fonctions prédéfinies) ;

L'exécution d'un programme avec saisie des données au clavier et affichage des résultats à l'écran sous forme textuelle ou graphique ;

La sauvegarde de programmes sur disquette ;

La recopie sur imprimante de la liste du programme et des résultats textuels et graphiques.

4. Utilisation d'outils informatiques

A travers les différentes activités, il convient d'habituer les élèves à employer des logiciels, des composants logiciels et des bases de données scientifiques adaptés aux classes concernées. Ceux dont l'emploi est le plus courant sont définis par une note de service publiée au *Bulletin officiel* de l'Éducation nationale. Il s'agit ici de faciliter le travail des élèves et non de fixer une anthologie d'exemples classiques. Aucune connaissance spécifique sur ces outils (autre que celle de l'environnement de programmation décrit ci-dessus) n'est donc exigible et toutes les indications utiles pour leur emploi doivent rester brèves et être fournies aux élèves.

5. Champs d'applications

5.1. *Mathématiques*

Les travaux pratiques du programme de mathématiques donnant lieu à des activités d'algorithmique et de programmation sont repérés par le signe § placé en marge dans le programme des classes concernées. Ces travaux pratiques sont de deux sortes :

Pour ceux dans lesquels le mot « algorithme » est mentionné, la connaissance de la méthode, la programmation de l'algorithme et sa mise en œuvre sur ordinateur sont exigibles ;

Les autres pourront donner lieu soit à des activités de programmation (et dans ce cas aucune connaissance des algorithmes relatifs au problème considéré n'est exigible des élèves, et toutes les indications nécessaires doivent être données), soit à l'utilisation d'outils informatiques qui permettront par l'expérimentation numérique ou graphique d'affermir la maîtrise des concepts mathématiques, d'aiguiser l'imagination et de renforcer la capacité à mobiliser les connaissances pour la résolution de problèmes.

5.2. *Sciences physiques*

Un grand nombre de phénomènes étudiés en classes préparatoires sont décrits par des lois dont la complexité pose des problèmes de calcul qui sont pratiquement insurmontables dès que l'on veut étudier plusieurs situations de manière détaillée.

L'usage de logiciels ou de programmes de simulation permettra, en un temps très bref, d'explorer le comportement des phénomènes à la fois qualitativement et quantitativement, apportera, comme complément aux travaux pratiques, une aide importante au développement de l'intuition et contribuera, par conséquent, à accroître le sens physique des élèves.

L'utilisation d'un ordinateur pendant les travaux pratiques soit pour l'acquisition et le traitement de données expérimentales, soit pour comparer les résultats des mesures aux données théoriques permettra, en gagnant sur le temps que les élèves consacrent à des calculs souvent longs et répétitifs et à des tracés de courbes fastidieux, de multiplier les expériences en faisant varier les conditions d'expérimentation, de montrer l'influence du dispositif expérimental sur le phénomène étudié, de mettre en évidence la distinction entre erreurs dues à la méthode et erreurs de mesure et, par référence à des modèles de divers niveaux de complexité, de renforcer le lien entre la théorie et les travaux expérimentaux.

PRISE EN COMPTE DE L'INFORMATIQUE DANS LES CLASSES DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES M, M', P, P', T'.

(Instruction n° 87-243 du 11 août 1987)

I. *LIGNES DIRECTRICES*

1. Objectifs

a) Les programmes des classes préparatoires à dominante scientifique et technique publiés en 1984 définissent un double objectif pour la prise en compte de l'informatique :

— Auxiliaire indispensable pour les disciplines scientifiques et techniques (sciences mathématiques, sciences physiques, dessin de construction...) : outil puissant de calcul, outil de traitement de signaux au sein des dispositifs expérimentaux, outil de simulation et de conception de systèmes physiques ou techniques et composants de systèmes complexes.

— Domaine de formation scientifique et élément de culture ayant une valeur spécifique : organisation et traitement de données, recherche et mise en forme d'algorithmes, construction méthodique de programmes, initiation aux méthodes logiques propres à l'informatique, maîtrise des langages scientifiques et du raisonnement, école de rigueur, outil de contrôle, d'expérimentation et de conception...

Ces objectifs sont détaillés dans l'annexe IV de l'arrêté du 17 juillet 1987.

b) Quelques exigences majeures en découlent pour les matériels informatiques et les logiciels :

— *Nécessité d'un matériel performant, de type professionnel :* ce matériel doit en effet permettre l'emploi de logiciels complexes, dans des domaines très variés : calcul scientifique, combinatoire, dessin et conception assistés par ordinateur, modélisation et simulation, gestion des données... ;

— *Nécessité d'une grande homogénéité de matériels et des logiciels de base utilisés,* vu le caractère national des épreuves de concours.

c) Les programmes de 1984 soulignent la nécessaire progressivité de cette prise en compte. Dans une première étape de 1984 à 1986, les intentions ont été très modestes. *La rentrée 1987 marque une étape décisive dans ce processus, grâce à l'équipement des classes préparatoires considérées.*

De ce fait, les activités pour les élèves ont été mises en œuvre dès la rentrée 1987 pour les classes de première année et à la rentrée 1988 pour les classes de seconde année, en vue des concours d'entrée dans les écoles à la session 1989. En outre, certaines activités ont été engagées dès la rentrée 1988 dans les classes de seconde année, dans le double but de préparer aux épreuves (facultatives) de certains concours à la session 1988 et de faciliter la transition entre l'ancien et le nouveau dispositif à la rentrée 1988.

2. Contenus et méthodes d'enseignement

a) Dans cette deuxième étape, *l'équilibre global des disciplines enseignées n'est pas remis en cause.* Pour chacune des disciplines concernées par la prise en compte de l'informatique, les programmes ont été retouchés pour permettre aux élèves de se former à l'emploi de l'informatique dans le cadre de l'horaire actuel d'enseignement. Tout enseignement intensif de la programmation est exclu.

Un dispositif d'*interrogations orales* est mis en œuvre dans le double but de préparer les élèves aux épreuves de concours et de faciliter l'accès au matériel informatique.

b) La prise en compte de l'informatique est adaptée aux objectifs des différentes classes et concernera, à terme, l'ensemble des disciplines enseignées. Dans l'immédiat, pour les classes à dominantes scientifique et technique, cette prise en compte concerne les mathématiques, les sciences physiques et la technologie.

Elles combine l'emploi de logiciels et de banques de données avec une pratique, élémentaire mais structurée, de la programmation. Cette pratique est associée à l'étude des *algorithmes de type numérique* figurant au programme de mathématiques et contribue ainsi à une évolution de l'enseignement des mathématiques conforme aux objectifs des nouveaux programmes. En outre, le recours à des *bibliothèques de composants logiciels et de procédures standard* (facilitant notamment les problèmes d'entrée/sortie) doit permettre de se limiter à la rédaction de *programmes très simples et très courts.*

c) L'arrêté du 17 juillet 1987 définit de façon précise le programme d'informatique et son impact sur les programmes de mathématiques et de sciences physiques. La note de service n° 87-244 du 11 août 1987 précise l'organisation du dispositif esquissé ci-dessus.

II. *UTILISATION DE L'ÉQUIPEMENT INFORMATIQUE DES CLASSES PRÉPARATOIRES*

1. Description de l'équipement d'un établissement

Un établissement reçoit :
— Trois micro-ordinateurs pour chaque division ;
— Une imprimante pour chaque division.

Ce matériel est réparti en *laboratoires*. A titre indicatif, si le nombre N de divisions est compris :
Entre 1 et 6 : un laboratoire d'informatique ;
Entre 7 et 12 : deux laboratoires d'informatique ;
Entre 13 et 18 : trois laboratoires d'informatique ;
Supérieur à 19 : quatre laboratoires d'informatique.

Chaque laboratoire comporte en outre :
— Un traceur ;
— Une table à digitaliser ;
— Une bibliothèque de composants logiciels et de programmes standard, dont certains sont normalisés au niveau national en vue des épreuves de concours.

Le fonctionnement des laboratoires est décrit ci-dessous. Pour les classes scientifiques et techniques, un micro-ordinateur sur six (environ) est implanté dans le laboratoire de sciences physiques. De même, un micro-ordinateur par laboratoire est affecté au bureau d'études, si la configuration des lieux le permet. Voici deux exemples illustrant ce schéma :

Cas d'un lycée comportant seulement deux divisions

Il reçoit six micro-ordinateurs, deux imprimantes, un traceur et une table à digitaliser. Il y a un seul laboratoire et un micro-ordinateur est implanté au laboratoire de sciences physiques.

Cas d'un lycée comportant huit divisions

Il reçoit vingt-quatre micro-ordinateurs, huit imprimantes, deux traceurs et deux tables à digitaliser. Il y a deux laboratoires, trois ou quatre micro-ordinateurs sont implantés au laboratoire de sciences physiques et un micro-ordinateur est prévu pour le bureau d'études.

2. Description du matériel

Vu le caractère national des épreuves de concours, les spécifications concernant le matériel sont très strictes. Elles ont été définies par une commission pilotée par la direction des Lycées et Collèges et associant les écoles concernées, l'inspection générale et les professeurs des classes préparatoires.

Les micro-ordinateurs sont des matériels professionnels 16 bits, compatibles I.B.M. PC. Ils comportent un coprocesseur arithmétique et ont 640 Ko de mémoire vive. Ils sont équipés d'un lecteur de disquettes 5 pouces un quart de 360 Ko, d'un disque dur de 20 Mo et d'une carte graphique haute définition, et fonctionnant sous système d'exploitation MS DOS. Ils sont livrés avec un exemplaire du Turbo-Pascal et du Turbo-graphics.

3. Planification de l'utilisation de l'équipement

Les divisions concernées sont réparties en quatre groupes :
Groupe S : les classes de Sup., M, M', P, P', T' ;
Groupe T : les classes de T, TA, TB ;

Groupe C : les classes Bio de Sup. C et Spé. C et TB' ;
Groupe H : les classes H.E.C. et les khâgnes S.

La totalité des classes des groupes S et T est équipée à la rentrée 1987.

La prise en compte de l'informatique dans ces classes est effective depuis la rentrée 1987 ; les épreuves de concours en tiendront compte en 1989. Pour les classes des groupes C et H, cette prise en compte est prévue pour la rentrée 1988. L'année scolaire 1987-1988 doit être mise à profit pour permettre aux enseignants de se former et de préparer les activités à mettre en place à la rentrée 1988 pour les élèves.

Le nombre de laboratoires à créer dans un établissement doit être déterminé en fonction *de l'ensemble* des classes des groupes S, T, C et H.

L'équipement en matériel informatique proprement dit, tel qu'il est décrit au paragraphe 1, est imputable au chapitre budgétaire 56-37, affecté par l'administration centrale aux académies.

L'équipement périphérique (mobilier, installation électrique, sécurité des locaux, transformation éventuelle de locaux...) ressort d'un financement régional.

4. Organisation et fonctionnement des laboratoires

a) Les laboratoires d'informatique sont implantés dans des locaux spécifiques. L'usage des équipements est réservé en priorité aux élèves des classes préparatoires dans le cadre des activités prévues par les programmes des classes considérées ; il doit aussi être largement ouvert à la formation des enseignants et des personnels concourant à la formation des élèves.

b) Il est souhaitable que chaque laboratoire comporte une salle assez vaste destinée au travail individuel des élèves et quelques petites salles attenantes permettant les interrogations orales individuelles ou un travail des élèves en petits groupes.

c) L'ensemble des laboratoires d'informatique est géré par un professeur nommé par le chef d'établissement sur proposition de l'ensemble des professeurs de classes préparatoires concernés par la prise en compte de l'informatique.

d) L'attention des chefs d'établissement et des enseignants est attirée sur la nécessité d'une gestion efficace des horaires d'ouverture des laboratoires (qui ne sauraient se limiter aux fins d'après-midi) ; les emplois du temps des élèves devront être aménagés à cet effet.

e) En classe de première année, il est opportun d'organiser une période intensive lors de la phase d'initiation des élèves à l'informatique, située au cours du premier trimestre de l'année scolaire. Ici encore, l'établissement d'un calendrier global pour les classes concernées est à envisager, afin de fournir aux élèves les meilleures conditions d'accès aux laboratoires.

DESSIN DE CONSTRUCTION
PROGRAMME ET COMMENTAIRES

(Arrêté du 18 mai 1984)

GÉNÉRALITÉS

Un ingénieur, dans sa vie professionnelle, doit pouvoir communiquer dans le domaine des sciences et des techniques. Pour cela, il doit être capable d'exploiter et de transmettre des informations scientifiques et techniques ; il lui faut donc savoir lire, comprendre, expliquer et réaliser un dessin de construction. Il doit

également être capable d'appliquer une méthode d'analyse au domaine technique. Ces capacités, un candidat à l'entrée dans une école d'ingénieurs doit déjà les posséder afin que l'enseignement dans les grandes écoles puisse être assuré dans les conditions les plus favorables à partir d'un acquis commun.

L'enseignement du dessin de construction, fondamental pour la formation d'un ingénieur, renforce, par de constantes références au réel, le caractère concret de la formation scientifique. Dans les démarches de modélisation, il utilise les connaissances acquises dans d'autres disciplines et en montre des applications ; il nécessite un raisonnement rigoureux.

Le programme ci-dessous précise les connaissances minimales à acquérir dans les classes préparatoires. Les exemples d'applications seront choisis en génie mécanique et en génie civil.

En classe de mathématiques supérieures, l'enseignement sera consacré en priorité à l'acquisition des langages fondamentaux et des techniques de représentation, sans la dissocier d'une première approche des éléments de technologie de construction.

En classe de mathématiques spéciales, l'enseignement permettra l'approfondissement des connaissances en technologie de construction.

1. *LANGAGES ET TECHNIQUES DE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE*

Programme	*Commentaires*
1.1. LES LANGAGES FONDAMENTAUX. *Les dessins.* Croquis à main levée, schémas, esquisses, dessins aux instruments, épures, graphiques, abaques. *Les normes.* Formats et présentation des éléments graphiques des documents (NF E 04520). Principes de représentation (NF E 04502). Cotation - Disposition des cotes et exécution matérielle (NF E 04010). Représentations graphiques normalisées des éléments de construction limitées à NF E 04012 et NF E 04015. Conventions en génie civil limitées à NF P 02 (002-003-005).	On s'attachera à obtenir des élèves une exécution claire, nette et bien lisible autant au crayon qu'éventuellement à l'encre.
1.2. LES TECHNIQUES DE REPRÉSENTATION. 1.2.1. *Modes de projection.*	On s'efforcera de développer chez l'étudiant, à partir de documents plans, le sens de la reconstitution des formes dans l'espace.
a) *Projections cylindriques* (ou parallèles). Orthogonales : Dessin géométral (vues usuelles) ; Perspective isométrique. Obliques : perspective cavalière.	Compte tenu de son contexte technologique, l'apprentissage du dessin ne se réduira pas à un exercice de géométrie, et les thèmes proposés aux étudiants devront évoquer des réalisations techniques. Les documents porteront toutes les indications qui permettent de comprendre le fonctionnement ou l'organisation d'un ensemble et/ou d'en envisager sans ambiguïté la définition.

Programme

b) *Éléments de géométrie descriptive.*

Point, droite et plan.

Système de deux plans de projection, utilisation éventuelle d'un troisième plan, changement de plan de projection.

Représentation du point, de la droite, du plan.

Intersection de deux plans, d'une droite et d'un plan.

Rotation autour d'un axe vertical ou de bout.

Rabattement d'une figure plane, liaison avec l'affinité.

Détermination des vraies grandeurs de distance et d'angles.

Prismes, pyramides, polyèdres réguliers convexes (un de leur plan de symétrie étant choisi parallèle à un plan de projection principal).

Surfaces usuelles.

Cône et cylindre de révolution, sphère: définitions, représentation, intersection avec une droite, leur section plane et leur intersection deux à deux, méthodes générales et application à la détermination des points remarquables et d'un point courant.

Tore: définition, représentation, section plane perpendiculaire ou parallèle à l'axe.

Quelques exemples de surface réglées: définition, représentation.

On choisira les axes des surfaces de révolution parallèles à un plan de projection principal.

Commentaires

Un étudiant devra être capable de reconnaître ces indications et savoir retrouver leur signification dans une documentation technique par exemple dans des normes citées en 1.1.

La géométrie descriptive telle qu'elle est proposée ne devra pas être considérée comme une fin en soi mais plutôt comme un moyen utilisé en dessin de construction.

Il est rappelé que toutes les constructions classiques de la géométrie descriptive ne doivent faire intervenir que des droites et des cercles.

L'apprentissage de la lecture et de la pratique du dessin devra être étroitement associé à la technologie. En particulier, les intersections de surfaces seront limitées aux intersections de surfaces fonctionnelles.

Programme

1.2.2. *Modes d'organisation.*

Dessin particulier (au sens de la norme NF E 04501).
Dessin d'ensemble.

1.3. *Informatique.*

Sensibilisation aux possibilités offertes par l'utilisation des moyens informatiques (dessin assisté par ordinateur, robotique).

Commentaires

2. *ÉLÉMENTS DE TECHNOLOGIE DE CONSTRUCTION*

2.1. *Obtention des pièces de construction.*

Notions qualitatives sur leur réalisation.

Notions qualitatives sur les états de surface, les écarts dimensionnels et géométriques propres aux différents procédés.

Modes géométriques de générations des surfaces par fraisage, tournage, brochage.

2.2. ANALYSE FONCTIONNELLE.

Liaison entre deux éléments.

Notions de cinématique du solide, degrés de liberté, liaisons réelles, liaisons parfaites, classement par degrés de liberté, torseur cinématique.

Modélisation.

Actions mécaniques de contact, torseur dynamique.

Analyse de solutions constructives en fonction des valeurs des actions mécaniques et paramètres cinématiques.

L'analyse fonctionnelle devra permettre d'expliquer le fonctionnement ou l'organisation d'une construction.

On présentera le torseur comme un outil permettant de caractériser les actions mécaniques et le champ des vitesses de points d'un solide.

Pour les liaisons utilisées, il conviendra de mettre en évidence, à partir de dessins techniques, des solutions constructives correspondant aux familles suivantes:

Transmission d'efforts prépondérante;
Transmission d'efforts et de mouvement;
Transmission de mouvement prépondérante.

Programme	*Commentaires*
Ensembles.	
Identification des fonctions, analyse des composants et des surfaces fonctionnelles correspondantes.	Comparativement aux liaisons parfaites, les liaisons réelles seront l'occasion d'une étude qualitative des propriétés mécaniques des matériaux.
Schématisation.	
Énoncé des conditions fonctionnelles.	L'étudiant devra être capable d'apporter des explications relatives au fonctionnement d'un système proposé et aux formes en rapport avec les efforts, les équilibres, les mouvements et les liaisons.
Mise en place de chaînes de cotes simples.	

ENSEIGNEMENT DES LANGUES VIVANTES DANS LES CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES SCIENTIFIQUES

(Circulaire du 4 novembre 1960)

(Enseignements classiques et modernes: 1er bureau)

Les rapports des concours d'entrée aux grandes écoles scientifiques font souvent apparaître la faiblesse des résultats obtenus par les candidats aux épreuves portant sur une langue vivante alors même que l'évolution du monde rend, à tous égards, de plus en plus nécessaire pour les ingénieurs de demain la connaissance approfondie d'au moins une langue vivante étrangère.

Je vous serais obligé de bien vouloir appeler l'attention des élèves de classes préparatoires et celle de leurs maîtres sur l'importance qui s'attache à l'enseignement des langues vivantes, facteur prépondérant à ce niveau d'un élargissement de la culture dans tous les domaines.

A ce propos, je vous rappelle mes instructions du 24 janvier 1953 relatives au rôle de l'assistant étranger dans les établissements français d'enseignement. Il y a lieu, comme l'indique ce texte, de favoriser au maximum l'action de l'assistant en particulier dans les classes préparatoires aux grandes écoles, les grands élèves ayant assez de maturité d'esprit pour apprécier tout ce que leur apporte de neuf et d'original une conversation avec un étranger de qualité.

J'ajoute qu'une documentation précieuse peut être fournie par le Centre national français de documentation pédagogique, ainsi que par le *British Council,* l'*Information Service* des États-Unis et les organismes des ambassades des autres pays.

INSTRUCTIONS RELATIVES A L'ENSEIGNEMENT DU FRANÇAIS DANS LES CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES SCIENTIFIQUES

(Instruction du 20 février 1961)

(Enseignements classiques et modernes: bureau A 1)

Les présentes instructions ont pour objet de définir l'organisation de l'enseignement du français dans les classes préparatoires aux concours d'entrée dans les grandes écoles scientifiques et de proposer des recommandations sur ses méthodes.

Je suis en effet informé de diverses difficultés auxquelles çà et là il se heurte et qui sont d'autant plus regrettables que les professeurs auxquels il est confié mettent au service de leur tâche leur grande culture et leur expérience.

L'intérêt qui m'anime en cette occurrence est confirmé par l'importance que MM. Les Directeurs des différentes écoles scientifiques accordent à la formation culturelle de leurs élèves. Au cours d'une réunion récente à laquelle je les avais conviés, MM. les Directeurs m'ont dit les inquiétudes croissantes que provoquent chez eux les maladresses graves et parfois alarmantes qu'ils constatent chez leurs élèves. Ces carences atteignent non pas seulement les formes de l'exposition ordonnée de la pensée, mais jusqu'aux conditions élémentaires de l'expression correcte. Ils souhaitent très vivement que l'autorité de l'enseignement du français soit pleinement affirmée; ils se plaisent à reconnaître une très haute fonction à une discipline qui veut perfectionner les dons du langage et l'art de la composition et qu'inspire le souci de la culture et de la réflexion; ils sont décidés à favoriser dans le domaine de leur autorité la tâche que je veux entreprendre.

Les intentions de la direction des écoles et les nôtres sont ici parfaitement solidaires: la formation culturelle des jeunes gens n'est-elle pas notre œuvre commune? En outre, les conditions de l'enseignement du français dans les classes préparatoires sont, pour une large part, commandées par les conditions des concours, qui relèvent de l'autorité de MM. les Directeurs des écoles. En effet, la nature du programme et celle des épreuves, la valeur des coefficients, le mode de correction, l'utilisation par les correcteurs de tout l'éventail des notes, les conditions dans lesquelles sont assurés surveillance, silence et travail effectif durant le déroulement des épreuves écrites, toutes ces modalités fixées par les écoles ou bien délimitent le travail confié au professeur de français, ou bien retentissent fortement sur lui. Or, sur les exigences essentielles qui nous importent, l'accord s'est établi entre les directeurs des grandes écoles et nous, et les présentes instructions s'inspirent largement de cette heureuse et nécessaire entente.

Je tiens tout d'abord à recommander aux chefs d'établissement de veiller à entourer l'organisation de l'enseignement du français dans les classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques de tous les soins qui pourront favoriser son efficacité et son prestige. La distribution et la situation, dans l'emploi du temps des classes scientifiques, des deux heures hebdomadaires réservées au français ont elles-mêmes leur importance: il peut être préférable tantôt de scinder cet horaire, tantôt de le grouper en une seule séance; il y a lieu de tenir compte des vœux du professeur. Je rappelle qu'est prescrite la division en deux groupes des classes dont l'effectif est supérieur à cinquante élèves; cette mesure a pour but de soutenir la tâche du professeur de français et les exercices que ce professeur organise. Il est, d'autre part, recommandé de confier, sauf exception due à des raisons locales, les deux heures hebdomadaires prévues dans chaque classe préparatoire à un professeur unique qui pourra ainsi exercer une action plus suivie et plus féconde.

Pour la désignation du professeur, je rappelle que l'étude du français dans les classes scientifiques associe étroitement les ressources et les mérites de deux disciplines que l'enseignement secondaire et la formation spécialisée des professeurs distinguent ailleurs: la philosophie d'une part, les lettres de l'autre. La solidarité instaurée entre les deux disciplines est précieuse; en effet, si l'enseignement du français exclut ici l'érudition et les controverses techniques et spécialisées que la recherche littéraire ou philosophique provoque, s'il entreprend de susciter et d'entretenir chez les élèves le goût de la réflexion, le sentiment de la signification humaine des événements et des œuvres, le soin de l'expression exacte et de la composition rigoureuse, il concerne également la culture et les talents du professeur de lettres et du professeur de philosophie. Ce qui les désignera pour ce rôle, ce sera moins la nature de leurs titres que leurs goûts et leur zèle. Dans les établissements où ne fonctionne qu'une classe de ce type, le chef d'établissement la confiera à celui, littéraire ou philosophe, qui lui paraîtra le plus doué pour cet enseignement délicat. Quand plusieurs classes existent, il veillera, dans la mesure du possible, à enrôler également pour cet enseignement, professeurs de lettres et professeurs de philosophie. Deux soucis doivent le guider. Un souci d'efficacité: les deux heures iront au même maître, pour que son action soit plus profonde, étant plus continue. Un souci de partage équitable des responsabilités: le succès des études de français dans nos classes scientifiques est l'affaire des philosophes aussi bien que des littéraires. A cette charge, modeste en apparence, mais si importante, et dont nous attendons tant, il convient que tous soient appelés, selon leurs talents et leurs mérites.

Je recommande enfin aux chefs d'établissements de favoriser, par leur autorité, le bon exercice de l'enseignement du français. Chez les élèves des classes préparatoires, il y a, en effet, ici et là, des négligences systématiques qui ébranlent l'ordre de la classe et de la régularité des travaux que le professeur recommande; cette incurie, qui prétend parfois invoquer la tradition pour se justifier, est inacceptable. Pour aider à la combattre, l'autorité du chef d'établissement sera vigilante. L'enseignement du français dans les classes préparatoires scientifiques doit en effet bénéficier des mêmes garanties que l'enseignement des mathématiques ou de la

physique au moment même où l'économie des concours scientifiques et celle du travail quotidien des élèves rendent plus délicate l'affirmation de son crédit. Lorsque les circonstances appelleront sa manifestation, l'autorité du chef d'établissement sera faite de fermeté et de tact.

En proposant ces recommandations, je ne désire pas seulement honorer l'enseignement du français comme il doit l'être en effet, je tiens à garantir son efficacité et son rendement lors des épreuves qui le consacrent dans les concours d'entrée aux grandes écoles. Cette garantie est d'autant plus nécessaire que les élèves de ces classes, tout accaparés par les exigences impératives des disciplines scientifiques et par la préparation intensive du concours, sont animés par un souci très utilitaire, celui de l'efficacité de leur travail au moment des épreuves. Il faut donc que la classe de français soit « payante ».

MM. les Directeurs des grandes écoles scientifiques ont des soucis parallèles au mien; ils travaillent, en effet, à donner aux épreuves de français une influence croissante sur l'admissiblité et l'admission aux concours des écoles; ils s'emploient à faire jouer à plein les coefficients élevés dont ces épreuves sont affectées; ils se préoccupent de préserver le bon ordre de déroulement des épreuves.

La tâche que nous poursuivons ainsi est d'autant plus instante que les insuffisances et les maladresses des élèves sont plus graves. Or, l'âge et la situation particulière de ces élèves ne changent rien à leurs besoins, ni aux règles générales de la pédagogie, aux conditions de tout progrès individuel. Ces jeunes gens ont besoin d'apprendre à parler, à composer, à écrire; il leur faut former leur langue et leur style, acquérir quelques notions de rhétorique; il convient donc de leur montrer les vertus d'un langage simple et correct, de redresser et d'enrichir leur vocabulaire abstrait, de leur enseigner à faire un plan, à construire un paragraphe, à discipliner leur pensée. En tout cela doit exiger un entraînement régulier.

Pour favoriser la régularité et l'efficacité du travail, la fixation d'un programme est indispensable. Chaque année, le programme sera porté par mes soins à la connaissance des professeurs. Un effort sera fait par les autorités responsables pour que les sujets des concours soient toujours clairement en rapport avec le programme et que les élèves n'aient pas le sentiment pernicieux d'avoir travaillé sans profit immédiat. Quelle que soit la classe préparatoire dont les professeurs sont chargés, il est nécessaire qu'ils donnent la priorité au programme; leur tâche s'en trouvera facilitée et c'est un moyen sûr de garantir l'efficacité de l'enseignement.

A partir de l'année 1961-1962, le programme (partiellement renouvelable chaque année) sera présenté de façon nouvelle: il comprendra deux sortes d'éléments à la fois distincts et solidaires, des œuvres et des thèmes. Il y aura, d'une part, une liste d'auteurs, toujours brève (quatre ou cinq noms), des œuvres maîtresses dues à des maîtres incontestés de notre langue ou à des écrivains contemporains qui sont de bons témoins de notre temps et de nos drames. Le professeur aura toute liberté pour les étudier à son gré; certes pas de méthode passe-partout, mais on peut définir l'esprit de cette étude.

On tâchera de faire pénétrer les élèves dans l'univers moral de l'écrivain, d'éclairer ses inquiétudes et ses intentions profondes, de suivre les démarches et les conquêtes de sa pensée, ou, s'il s'agit d'un écrivain d'imagination, les secrets de son invention et la signification de ses personnages.

Pour tout dire d'un mot, le professeur apprendra à lire, à bien lire, c'est-à-dire à aller à l'essentiel; il n'en sera que plus à l'aise pour faire admirer au passage la plénitude d'une formule ou l'éclat d'une image.

Il ne sera jamais prisonnier de l'œuvre étudiée: le programme n'est pas un carcan mais un tremplin. Il n'est fécond que s'il est librement prolongé. Après avoir loyalement expliqué et éclairé une œuvre, il n'y a que des avantages à y chercher l'occasion et le prétexte d'échanges et de débats.

Pour aider les professeurs dans cette partie de leur mission, le programme comprendra donc, à côté de la liste d'œuvres, une liste de questions ou de thèmes,

en correspondance, mieux en liaison vitale avec les œuvres et les auteurs. Ces thèmes susciteront des occasions d'enquêtes et de réflexion sur les expériences, les problèmes et les œuvres d'aujourd'hui. Par là, invitation veut être faite à élargir le champ de la réflexion, sans arbitraire; à dépasser les horizons d'un écrivain, toujours limité, quel que soit son génie, par son expérience personnelle, pour examiner, sous tous les aspects, quelques grands problèmes d'aujourd'hui et de toujours.

Il convient en effet de passer des leçons magistrales aux exercices pratiques, et de marier la culture et les soucis précis d'un entraînement modeste.

Quels exercices pratiques faut-il recommander? Le compte rendu de lecture, l'exposé, la discussion organisée suffiront à l'entraînement oral; on trouvera toujours des acteurs volontaires pour ces petits actes, si l'on sait vaincre une indifférence de façade.

Mais il faut surtout amener les élèves à écrire: c'est en corrigeant leurs essais avec la plus extrême attention qu'on aura chance de leur faire faire des progrès. On leur proposera donc de temps en temps un sujet de dissertation mettant en cause toute la matière spirituelle brassée en commun. On tâchera d'obtenir de tous les élèves un plan détaillé, gage d'une réflexion sérieuse; et de quelques-uns, les plus courageux, ou ceux qui ont une conscience plus aiguë de leurs faiblesses, la rédaction complète d'un paragraphe, ou même de l'ensemble du développement. En se fondant sur les copies, on montrera le prix d'une présentation probe, d'une langue ferme, d'une pensée simple; on emploiera à fond l'enseignement qui se tire des gaucheries, des maladresses ou des malfaçons.

Les indispensables exercices de rédaction pourront être exécutés en classe, sous la surveillance du professeur. Tantôt on laissera les élèves à eux-mêmes, pour voir ce qu'ils sont capables de faire tout seuls, tantôt on leur fournira un canevas, ou mieux encore on les priera de rédiger tout ou partie du plan élaboré en commun dans une séance antérieure. La correction peut être immédiate ou renvoyée à la classe suivante. Certes, c'est pour le professeur qui complète par cet enseignement, dans la plupart des cas, un service déjà lourd, une charge pesante. On l'allège, autant qu'il se peut, en divisant en deux équipes, pour l'enseignement du français, les classes nombreuses.

Un programme d'auteurs et de thèmes liés à ces auteurs, des exercices pratiques assez fréquents, ayant toujours rapport avec les thèmes étudiés, voilà de quoi meubler harmonieusement ces heures de français. Si l'on sait gagner la confiance d'un public qui, s'il peut parfois sembler ingrat ne l'est jamais qu'en apparence, elles peuvent être la source de grandes joies, joies humaines, joies de métier.

L'usage s'est répandu, dans les concours, de proposer une épreuve particulière, le résumé d'un long texte. Cette épreuve a pour but de juger la clarté d'esprit des élèves, leur habileté à entrer dans une pensée étrangère et à en déceler les lignes de force, à distinguer l'accessoire de l'essentiel, à écrire sans bourre et avec précision. Résumer n'est pas apprécier, ni discuter; l'objectivité est ici de rigueur. Cette épreuve est utile et il convient que les élèves y soient entraînés. Quatre ou cinq exercices par an, exécutés en classe et en particulier incorporés aux compositions, seraient fort opportuns. Mais il n'est pas indispensable que les textes choisis pour cette épreuve aient un rapport direct avec les auteurs du programme. Cette liaison risquerait d'être artificielle. Peut-être même diminuerait-elle le bénéfice de l'opération. Si l'on jette les élèves dans un monde d'idées qui ne leur est pas familier (les textes techniques étant bien entendu exclus) et s'ils s'y sentent à l'aise, ne font-ils pas preuve de souplesse et d'une précieuse faculté d'adaptation?

Toutefois, on ne saurait réduire à un tel exercice les compositions semestrielles, et il y a un danger certain à lui reconnaître, pour juger les candidats, une importance prépondérante. Les qualités qu'il met en lumière ne sont pas toutes les qualités littéraires. Ce sont peut-être celles qui permettront un jour aux élèves, devenus ingénieurs, de faire de bons rapports. Mais il faut oser leur demander davantage, et croire qu'en formant l'homme on travaille plus efficacement à former l'ingénieur. Le programme, par la précision et la richesse de sa substance, en offre le moyen.

Nous insistons donc sur l'importance du travail proprement littéraire et philosophique, de culture et de réflexion, de formation générale et pratique, dont le couronnement est l'effort de rédaction. Quelles que soient les modalités des concours, les candidats sont toujours priés de rédiger quelques pages de leur cru. Décisive dans certains concours, la « dissertation » n'est négligeable dans aucun. Si elle a souffert parfois de préventions, c'est à cause de l'indigence et de la maladresse de trop de copies.

Si le sentiment est donné aux élèves que l'épreuve de français se prépare avec fruit, si ce sentiment, grâce au programme, correspond à la réalité, le niveau de l'épreuve s'élèvera et la culture littéraire, au sens large, comptera davantage dans le choix de l'élite scientifique de la nation. Ce sera, pour le dévouement de nos professeurs de lettres et de philosophie, la plus belle récompense.

La tâche qui leur incombe dans les classes préparatoires scientifiques est à la fois importante par ses conséquences, délicate dans sa réalisation quotidienne, modeste dans ses moyens. Il dépend d'elle que soient présents — chez eux qui seront demain ingénieurs, professeurs de sciences, chercheurs en laboratoire, techniciens spécialisés, chefs d'entreprise — le sentiment de ressources du langage, le sens de la réflexion et celui de l'unité de la culture. A l'affermissement de cet enseignement, que la solidarité de la philosophie et des lettres inspire, nous devons tous collaborer; les recommandations de cette circulaire sont fondées sur la nécessité de cette collaboration, sur la certitude de l'importance de l'œuvre à entreprendre et sur la volonté de l'accomplir.

fabrègue s.a. saint-yrieix - limoges - paris

N° imprimeur : 8730-10-88 Dépôt légal : octobre 1988

45 ORLÉANS-TOURS ★ ● ○ ■
55, rue ND-de-la-Recouvrance BP 2219
45012 Orléans Cedex · 38 62 23 90

46 ***Lot*** ★ ○ ■
48, rue Montaudié
46000 Cahors · 65 35 16 87

47 ***Lot-et-Garonne*** ○ ■
48 bis, rue René-Cassin
47000 Agen · 53 98 06 83

48 ***Lozère*** ★ ○ ■
12, avenue du Père-Coudrin · BP 118
48005 Mende Cedex · 66 49 10 32

49 ***Maine-et-Loire*** ★ ○ ■
14, rue Anne-Frank
49043 Angers Cedex · 41 66 91 31

50 ***Manche*** ★ ○ ■
10, rue Saint-Georges · BP 490
50010 Saint-Lô Cedex · 33 57 52 34

51 REIMS ★ ● ○ □ ■
47, rue Simon · BP 387
51063 Reims Cedex · 26 85 66 63

Marne ○ ■
1, rue du Dr-Calmette · BP 518
51007 Châlons-sur-Marne Cedex
26 64 52 96

52 ***Haute-Marne*** ○ ■
20, rue Haeusler
52000 Chaumont · 25 03 12 85

53 ***Mayenne*** ○ ■
25, rue de la Maillarderie
53000 Laval · 43 53 56 08

54 NANCY-METZ ★ ● ○ □ ■
99, rue de Metz · CO 3320
54014 Nancy Cedex · 83 35 07 79

55 ***Meuse*** ○ ■
Place de l'École normale, Pilviteuil
55000 Bar-le-Duc · 29 45 32 73

56 ***Morbihan*** ○ ■
20, rue Jean-Gougaud · BP 1110
56036 Vannes Cedex · 97 63 21 37

57 ***Moselle*** ○ ■
58, rue de Reims
57158 Montigny-lès-Metz · 87 50 75 83

58 ***Nièvre*** ○ ■
1 bis, rue Charles-Roy
58000 Nevers · 86 61 45 90

59 LILLE ★ ● ○ ■
3, rue Jean-Bart · BP 199
59018 Lille Cedex · 20 57 78 02

Nord ★ ○ ■
3, rue Jean-Bart · BP 199
59018 Lille Cedex · 20 57 78 02

60 ***Oise*** ★ ○ □ ■
22, avenue Victor-Hugo · BP 321
60030 Beauvais Cedex · 44 45 25 30

61 ***Orne*** ★ ○ ■
29, rue de l'École normale
61000 Alençon · 33 29 58 77

62 ***Pas-de-Calais*** ★ ○ ■
39, rue aux Ours
62012 Arras Cedex · 21 71 60 10

63 CLERMONT-FERRAND ★ ● ○ ■
15, rue d'Amboise
63037 Clermont-Ferrand Cedex
73 91 86 90

64 ***Pyrénées-Atlantiques*** ○ ■
3, avenue Nitot · BP 1605
64016 Pau Cedex · 59 30 23 18

65 ***Hautes-Pyrénées*** ★ ○ ■
11, rue Georges-Magnoac · BP 1615
65016 Tarbes Cedex · 62 93 07 18

66 ***Pyrénées-Orientales*** ★ ○ ■
Place Jean-Moulin · 66000 Perpignan
68 50 76 80 et 55 89

67 STRASBOURG ★ ● ○ ■
23, rue du Maréchal-Juin · BP 279-R7
67007 Strasbourg Cedex · 88 61 49 94

68 ***Haut-Rhin*** ○ ■
École normale · 12, rue Messimy
68025 Colmar · 89 23 30 51

69 LYON ★ ● ○ □ ■
47-49, rue Philippe-de-Lassalle
69316 Lyon Cedex 04 · 78 29 97 75

70 ***Haute-Saône*** ○ ■
5, cours François-Villon · BP 2 AN 1
70000 Vesoul · 84 75 14 34

71 ***Saône-et-Loire*** ○ ■
2, rue Jean-Bouvet
71000 Mâcon · 85 38 71 77

72 ***Sarthe*** ★ ○ ■
21, boulevard Lyautey
72016 Le Mans Cedex · 43 81 43 70

73 ***Savoie*** ○ ■
289, rue Marcoz
73000 Chambéry · 79 69 50 72

74 ***Haute-Savoie*** ○ ■
2, rue des Aravis · BP 830
74016 Annecy Cedex · 50 23 79 36

75 PARIS ★ ○ □ ■
37-39, rue Jacob
75270 Paris Cedex 06 · (1) 42 60 37 01

76 ROUEN ★ ● ○ □ ■
2, rue du Dr-Fleury · BP 88
76132 Mont-St-Aignan Cedex · 35 74 16 85

76 ***Seine-Maritime*** ★ ○ ■
14, rue Clovis
76600 Le Havre · 35 42 13 53 · 35 43 03 18

77 ***Seine-et-Marne*** ○ ■
École normale · 8, rue de l'Hôpital
77007 Melun Cedex · 64 52 52 28

78 VERSAILLES ★ ○ ■
3, boulevard de Lesseps
78000 Versailles · (1) 30 83 41 00

79 ***Deux-Sèvres*** ○ ■
4, rue Camille-Desmoulins
79009 Niort Cedex · 49 79 42 65

80 AMIENS ★ ● ○ ■
45, rue Saint-Leu · BP 2605
80026 Amiens Cedex · 22 92 07 08

81 ***Tarn*** ★ ○ ■
97, boulevard Soult
81013 Albi Cedex · 63 54 26 97

82 ***Tarn-et-Garonne*** ★ ○ ■
65, avenue de Beausoleil · BP 751
82013 Montauban Cedex · 63 03 51 18

83 ***Var*** ★ ○ ■
Ilôt de la Visitation · Rue des Remparts
83000 Toulon · 94 89 46 19

84 ***Vaucluse*** ★ ○ ■
8, rue Frédéric-Mistral
84000 Avignon · 90 86 49 12

85 ***Vendée*** ○ ■
18, rue Luneau
85000 La Roche-sur-Yon · 51 62 71 88

86 POITIERS ★ ● ○ ■
6, rue Sainte-Catherine
86034 Poitiers Cedex · 49 88 11 70

87 LIMOGES ★ ● ○ ■
23, avenue Alexis-Carrel
87036 Limoges Cedex · 55 01 32 50

Haute-Vienne ○
44, cours Gay-Lussac
87031 Limoges Cedex · 55 79 89 79

88 ***Vosges*** ○ ■
2, rue de l'École normale
88025 Épinal Cedex · 29 34 22 36

89 ***Yonne*** ○ ■
École normale
25, avenue Pasteur
89000 Auxerre · 86 52 57 14

90 ***Territoire de Belfort*** ○ ■
Tour des Quatre-As
Rue de l'As-de-Carreau · BP 27
90001 Belfort Cedex · 84 28 50 27

91 ***Essonne*** ★ ○ ■
110, place de l'Agora · BP 163
91006 Évry Cedex · (1) 64 97 83 83

92 ***Hauts-de-Seine*** ○ ■
41, avenue du Roule
92200 Neuilly-sur-Seine · (1) 47 45 53 53

93 ***Seine-Saint-Denis*** ★ ○ ■
École mixte Marcel-Cachin
Rue Marcel-Cachin
93000 Bobigny · (1) 48 38 51 76

94 CRÉTEIL ○ ■
20, rue Danièle-Casanova
94170 Le Perreux-sur-Marne
(1) 48 72 70 70

Val-de-Marne ★ ○ ■
Collège Louis-Issaurat, Quartier du Palais
14, rue Raymond-Poincaré
94000 Créteil · (1) 42 07 86 35 et 27 37

95 ***Val-d'Oise*** ★ ○ ■
École Paul-Cézanne
Boulevard des Cordeliers
95300 Pontoise · (1) 34 24 08 88

97 ANTILLES-GUYANE ★ ● ○ ■
École normale, bâtiment IV
Pointe-des-Nègres · BP 529
97262 Fort-de-France Cedex
(19-596) 61 45 79 et 61 48 79

Guadeloupe ★ ○ ■
Cité scolaire de Baimbridge · Bât. P
BP 378 · 97162 Pointe-à-Pitre Cedex
(19-590) 82 09 56

Guyane ★ ● ○
Boulevard de la République · BP 762
97305 Cayenne
(19-594) 30 24 90

LA RÉUNION ★ ● ○ ■
16, rue Jean-Chatel
97489 Saint-Denis Cedex
(19-262) 21 35 97

RDPFJanv.89/C6